

13.5 Моделі розподілених систем

З розвитком мікропроцесорних технологій, здешевленням елементної бази усе більшого поширення набувають розподілені системи управління для управління розосередженими у просторі об'єктами.

13.5.1 Види розподілених систем

Розподілені системи поділяються на системи з розподіленими і з зосередженими параметрами. Систему з розподіленими параметрами можна розділити на частини (агрегати), які характеризуються тими ж параметрами, що і система в цілому; кожен агрегат можна знов розділити на ще менші агрегати і т. д., наприклад, внутрішній простір печі як об'єкта регулювання температури. Система із зосередженими параметрами складається з агрегатів, які або є неподільними, або характеризуються іншими параметрами і функціонують інакше, ніж система в цілому, наприклад, хмарна обчислювальна система. Зустрічаються також комбіновані системи, в яких частина агрегатів може розглядатися як підсистеми з розподіленими параметрами, а частина – як із зосередженими, наприклад, гідравлічна система, у якій трубопроводи мають розподілений гідравлічний опір, а різноманітні крани, розгалуження, повороти – зосереджений.

Перехід при моделюванні систем з розподіленими параметрами до границі їх подрібнення на найменші агрегати приводить до моделей у вигляді диференціальних рівнянь. Моделі розподілених систем також повинні враховувати *затримки при передаванні впливів* від одного агрегата до іншого. В системах з розподіленими параметрами це забезпечується використанням *диференціальних рівнянь у частинних похідних*. Найвідомішими моделями такого типу є система рівнянь Максвелла, хвильове рівняння Шредінгера тощо.

Моделі розподілених систем широко використовуються у різних галузях математичної фізики. Найвідомішими прикладами таких моделей є модель статичної механічної системи при просторово розподіленому навантаженні, модель розповсюдження тепла у просторі, модель дифузії, моделі геофізичних процесів тощо.

13.5.2 Динамічні процеси в розподілених системах

Природними моделями динаміки розподілених систем є системи матричних рівнянь у просторі станів (13.29). Такі моделі допускають розмірності і розповсюдження на велику кількість елементів розподіленої системи шляхом збільшення розмірності відповідних матриць і векторів.

Застосування диференціальних рівнянь для систем із запізненнями при розповсюдження сигналів і впливів між елементами розподіленої системи має

певні труднощі, особливо у випадку дискретних або змінних запізнень, як це спостерігається у комп'ютерних системах.

В системах із зосередженими параметрами затримки описуються передатними функціями

$$W_3(p) = e^{-p\tau},$$

де τ – часова затримка. При змінній затримці така передатна функція є невизначеною. Найчастіше вона задається своїми статистичними характеристиками – математичним сподіванням і дисперсією.

В дискретних системах одним з найсуттєвіших є питання синхронізації процесів в агрегатах, що взаємодіють. В синхронних системах для цього в моделі відображають кількість тактів, що витрачається на функціонування агрегатів. Найчастіше такі моделі зображуються часовими діаграмами.

13.5.3 Задача спостережності і керованості розподіленої системи

Однією з найважливіших при побудові моделей розподілених систем є проблема спостережності і керованості.

Спостережність є властивістю системи, що показує, чи можна за заданим набором контрольованих параметрів повністю відновити інформацію про стани системи.

Визначення стану системи в процесі моделювання здійснюється за допомогою системи сенсорів. При дослідженні спостережності визначається принципова можливість визначення усіх її параметрів стану за допомогою сенсорів. На жаль, не завжди існує такий набір параметрів, для якого система контролю може бути технічно реалізована. На практиці визначається мінімальна кількість та розташування точок контролю, які забезпечують можливість визначення стану системи з необхідною точністю. У такому випадку модель розподіленої системи будується з використанням певних припущень і матиме відповідну невизначеність.

Для лінійних систем, які описуються системою рівнянь (13.30), існує критерій спостережності у просторі станів. Для них можна скласти матрицю спостережності:

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (13.43)$$

Якщо ранг матриці спостережності дорівнює n , то система є спостережною.

Керованість – одна з найважливіших властивостей системи управління, описує можливість перевести систему з одного стану в інший. Дослідження системи управління на керованість є одним з важливих кроків її синтезу.

Система називається повністю керованою, якщо всі компоненти її вектора станів керовані.

Для лінійних систем існує критерій керованості в просторі станів. Для них можна скласти матрицю керованості

$$\begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (13.44)$$

Якщо ранг матриці керованості дорівнює n , то система є повністю керованою.

13.5.4 Синергетика і теорія катастроф

Синергетика – міждисциплінарна наука, яка займається вивченням процесів самоорганізації розподілених систем і виникнення, підтримки стійкості та розпаду структур різної природи. Синергетика має справу з явищами та процесами, в результаті поєднання яких в системі можуть з'явитися властивості, яких не має жодна з її частин.

Синергетика народилася з вивчення нелінійних відкритих дисипативних систем, зокрема, з вивчення процесів займання і розповсюдження пожеж. Такі системи перебувають далеко від термодинамічної рівноваги і обмінюються енергією чи речовиною з навколишнім середовищем. Для перехідних процесів, що відбуваються в таких системах, не виконується закон неспадання ентропії, що призводить до утворення різноманітних дисипативних структур: автоколивань, автохвиль, може виникнути детермінований хаос.

Основні принципи синергетичного підходу:

- синергетичні процеси спостерігаються в нелінійних системах з різними видами організації: динамічно стабільних, адаптивних, еволюціонуючих;
- нерівноважності є необхідною умовою появи нової організації;
- коли нелінійні динамічні системи об'єднуються, нове утворення не дорівнює сумі частин, а утворює систему іншої організації;
- загальними для всіх еволюціонуючих систем є спонтанне утворення нових локально стабільних станів – атракторів;
- системи, що розвиваються, завжди відкриті (обмінюються енергією, інформацією та речовиною із зовнішнім середовищем), за рахунок чого і відбуваються процеси локальної впорядкованості і самоорганізації. Закрита система відповідно до законів термодинаміки повинна в кінцевому результаті прийти до стану з максимальною ентропією і припинити будь-яку еволюцію;

– фундаментальним принципом самоорганізації є виникнення нового порядку і ускладнення систем через флуктуації (випадкові відхилення) станів їх елементів і підсистем. У складних відкритих системах, завдяки притоку енергії ззовні і посилення нерівноважності, відхилення з часом зростають, накопичуються, викликають ефект колективної поведінки елементів і підсистем;

– у сильно нерівноважних станах системи є чутливими до тих зовнішніх факторів впливу, які вони б не сприйняли в більш рівноважному стані;

– у нерівноважних умовах відносна незалежність елементів системи поступається місцем корпоративній поведінці елементів: поблизу стану рівноваги елемент взаємодіє тільки з сусідніми, далеко від рівноваги – “бачить” всю систему повністю і узгодженість поведінки елементів зростає.

Синергетичний підхід також застосовується при вивченні таких складних і неструктурованих систем, як мережевий інформаційний простір, соціальні системи, екологічні системи, великі підприємства тощо.

Теорія катастроф – розділ прикладної математики, галузь теорії біфуркацій, яка тісно пов'язана з синергетикою.

Створення і розвиток цієї частини математичного аналізу були пов'язані з необхідністю аналізу деяких складних явищ, особливо тих, які пов'язані з різкою зміною напрямку і динаміки розвитку (стійкість складних систем, коливання і руйнування в будівельній механіці, екологічні процеси тощо).

Теорія катастроф аналізує критичні точки потенціальної функції, тобто точки, де не тільки перша похідна функції дорівнює нулю, але й дорівнюють нулю і похідні більш високого порядку.

Якщо потенціальна функція залежить від трьох або меншого числа активних змінних і п'яти або менше активних параметрів, то в цьому випадку існує всього сім потенціальних функцій, які задовольняють умови виникнення катастроф. Ці сім фундаментальних типів відомі під іменами, які їм дав один з засновників теорії катастроф Рене Том

Функції з однією змінною:

– Катастрофа типу Складка (рис. 13.27) $V = x^3 + ax$.

– Катастрофа типу Збірка $V = x^4 + ax^2 + bx$.

– Катастрофа типу Хвіст ластівки $V = x^5 + ax^3 + bx^2 + cx$.

– Катастрофа типу Метелик $V = x^6 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx$.

Потенціальні функції з двома змінними:

– Гіперболічна омбіліка $V = x^3 + y^3 + axy + bx + cy$.

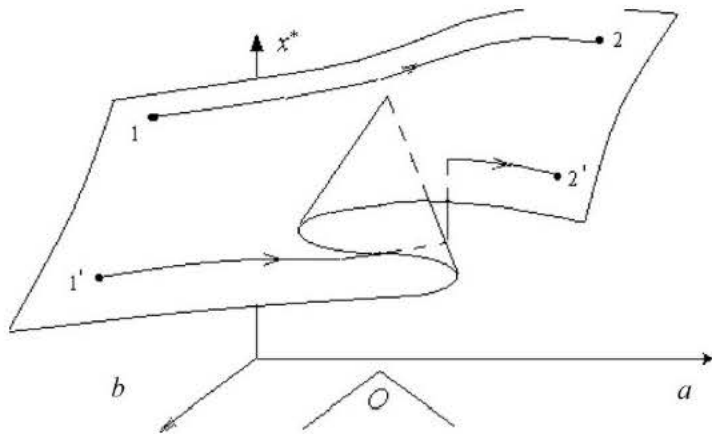


Рисунок 13.27 – Графічна інтерпретація катастрофи типу «складка»

- Еліптична омбіліка $V = x^3 / 3 - xy^2 + a(x^2 + y^2) + bx + cy$.
- Параболічна омбіліка $V = yx^2 + y^4 + ax^2 + by^2 + cx + dy$