

12.5. Моделювання в задачах управління проектами

12.5.1 Багатокритеріальна нечітка оцінка якості проектів

Задачу вибору проекту для фінансування в умовах обмеженості фінансових методів розглянемо як задачу багатокритеріального прийняття рішень (БКПР). Умовами рівноваги (рівноваги розподілу) ϵ , у даному випадку, вимоги до обмежень на існуючі ресурси (умови обмеженості бюджету), а також задоволення пріоритетів, які надаються окремим проектам. Під час постановки і вирішення задачі вводиться бюджетне обмеження (EC_0), чотири обмеження - відносно пріоритетності проекту (EC_1), типів проектів (EC_2), розмірів проектів (EC_3) і виконавців проектів (EC_4). Кожна із умов досягнення рівноваги між розподілом бюджетних засобів $\{EC_0, EC_1, EC_2, EC_3, EC_4\}$ призначена для врахування (збалансування) конкретних вимог і використовується для розподілення множини можливих об'єктів на декілька підмножин (підгруп). При цьому передбачається, що з кожної підгрупи буде відібрано для реалізації деяку фіксовану кількість проектів.

Процес вибору проектів ускладнюється також тим, що він має деякі нечіткі характеристики. Оскільки прийняття рішення відносно фінансування проектів, як правило, виконується членами комітетів чи рад, то для кожного з них характерна наявність суб'єктивності, неточності та невизначеності суджень, невизначеність та необґрунтованість у присвоєнні відносних вагових коефіцієнтів для критеріїв вибору. Дуже часто особа, що приймає рішення (ОПР), присвоює вагові коефіцієнти критеріям вибору у вигляді таких лінгвістичних змінних, таких як "хороший", "дуже низький", "слабкий" і т. д. У зв'язку з цим проблема вибору проектів для фінансування є складною і характеризується наявністю невизначеностей уже за своєю природою. Для вирішення цієї проблеми існують детерміновані підходи до вибору проектів на основі точних характеристик, проте вони мають занадто загальний характер і не враховують особливості ситуації та вибору в умовах значної обмеженості бюджетних ресурсів, а також тих невизначеностей, що зустрічаються при вирішенні реальних задач. Ці детерміновані підходи, які базуються на точних методах прийняття рішень та оптимізаційних процедурах, не можуть бути успішно використані в умовах наявності невизначеності та неточної інформації.

Протягом останніх років широкого застосування в методах багатокритеріального прийняття рішень отримала теорія нечітких множин (ТНМ). Існує значна кількість літератури з методів та алгоритмів розв'язання нечітких задач БКПР. Однак більшість існуючих нечітких моделей для прийняття рішень призначена лише для оцінювання та ранжування альтернативних рішень. Жодна з них не може бути використана для вирішення задачі вибору проектів в умовах наявності обмежень та пріоритетів (тобто є задоволення умов рівноваги). Тому в подальшому буде запропоновано використання систематизованого підходу до

вибору проектів на основі теорії нечітких множин. Завдяки цьому можна буде більш адекватно виражати та використовувати суб'єктивну оцінку за допомогою лінгвістичних змінних, визначати більш реальні оцінки значимості того чи іншого проекту за допомогою вибраних критеріїв.

Для інтегрування в єдину систему нечітких множин та моделей буде запропоновано метод прийняття рішень на основі нечіткого багатокритеріального методу прийняття рішень, в якому використовується нечіткий індекс значимості проекту. Такий індекс дає можливість брати до уваги невизначеності, що є характерним для процесу прийняття рішень за наявності різноманітних суб'єктивних критеріїв вибору. Використавши нечіткий індекс значимості проекту, задачу багатокритеріального вибору проектів можна звести до однокритеріального вибору за допомогою однієї особи, що приймає рішення, із задоволенням умови досягнення рівноваги. Назвемо цей підхід однокритеріальним вибором з рівновагою (ОКВР). У результаті досягається задоволення бюджетних обмежень та умов рівноваги, а також максимізується корисність реалізації вибраного проекту. Ця задача буде сформульована як задача булевого програмування.

Багатокритеріальна нечітка оцінка якості проектів. Для того, щоб оцінити якість кожного проекту за допомогою обраних критеріїв вибору, розглянемо деякі аспекти, що пов'язані з вибором проекту:

- взаємозв'язки між різноманітними критеріями;
- ранжування проектів за різними критеріями вибору;
- вагові коефіцієнти для кожної альтернативи;
- агрегування рангів проектів з ваговими коефіцієнтами за всіма критеріями.

Використовуючи отриманий таким чином агрегований показник, надалі, для кожного проекту, можна вирахувати індекс значимості проекту (ІЗП), що показує, наскільки корисною є його реалізація, тобто він являє собою інтегральну оцінку проекту.

Взаємозв'язки між різноманітними критеріями вибору найкраще показати на прикладі ієрархічної структури. Для простоти наведемо приклад дворівневої ієрархічної структури. На першому рівні визначається нечітка оцінка важливості різноманітних суб'єктивних критеріїв (наприклад, необхідність та терміновість виконання проекту, принципова можливість реалізації проекту, корисність проекту та можливості отримання достатнього і реального фінансування). На другому рівні кожному проекту присвоюється рейтинг відповідно до кожного суб'єктивного критерію. Цей рейтинг проектів за кожним суб'єктивним критерієм вибору, як правило, присвоюється групою експертів, наприклад, за семизначною шкалою таких лінгвістичних змінних, як (надзвичайно хороший, дуже хороший, середній, нижче середнього, поганий, дуже поганий).

Для присвоєння значень ваговим коефіцієнтам можна застосувати метод попарного порівняння Т. Сааті, який є сумісним з аналітичним ієрархічним про-

цесом і достатньо широко використовується на практиці. Однак для визначення ступеня нечіткості індивідуальних суджень кожної особи, яка приймає рішення відносно важливості критеріїв, використаємо 5-значну шкалу лінгвістичної змінної "Важливість": Важливість = {дуже важливий, важливий, середньої важливості, не важливий, дуже низької важливості}. Використовуючи таку модель, можна взяти до уваги нечіткість ОІР під час визначення рейтингу проекту, а також визначити альтернативу між різними критеріями оцінювання у процесі агрегування. Все це допомагає структуризації процесу прийняття рішень та покращенню якості рішення, що приймається групою ОІР або окремим експертом.

Наприклад, характеристику 7 (якість) проекту можна визначити за допомогою змінної "Якість" та змінної "Важливість", які є лінгвістичними, а не числовими. Лінгвістичні змінні досить часто характеризують саме трикутними функціями належності. Якщо ввести позначення Якість = S, то відповідно до наведеного вище переліку значень змінної "Якість" можна записати, що $S = \{EG, VG, G, M, P, VP, EP\}$, де EG = надзвичайно хороший, VG = дуже хороший, G = хороший, M = середній, P = нижче середнього, VP = поганий, EP = дуже поганий. Якщо прийняти за основу десятибальну шкалу, то лінгвістичну змінну S можна характеризувати у діапазоні [0,10] нечіткими числами з трикутною функцією належності таким чином: EG = (9,5; 10; 10), KG = (7; 8,5; 10), G = (5,5; 7; 8,5), M = (3,5; 5; 6,5), P = (1,5; 3; 4,5), VP = (0; 1,5; 3), EP = (0; 0; 0,5). На даний час для оцінки якості проекту можна використовувати наведені лінгвістичні змінні, а не суб'єктивні оцінки ОІР. Функції належності (рис. 12.17) можна записати у вигляді:

$$EG = (9,5; 10; 10)$$

$$f_{EG}(x) = \begin{cases} 2x - 19, & 9,5 \leq x \leq 10, \\ 0, & 0 \leq x \leq 9,5; \end{cases}$$

$$VG = (7; 8,5; 10):$$

$$f_{VG}(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x - 14), & 7 \leq x \leq 8,5, \\ \frac{2}{3}(10 - x), & 8,5 \leq x \leq 10, \\ 0, & \text{інакше,} \end{cases}$$

$$G = (5,5; 7; 8,5)$$

$$f_G(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x-11), & 5,5 \leq x \leq 7, \\ \frac{1}{3}(17-2x), & 7 \leq x \leq 8,5, \\ 0, & \text{інакше,} \end{cases}$$

$$G = (3,5;5;6,5).$$

$$P = (1,5;3;4,5):$$

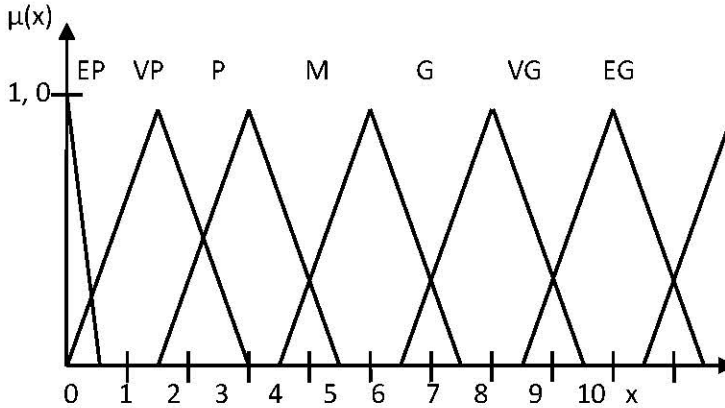
$$f_P(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2x-6), & 1,5 \leq x \leq 3, \\ \frac{1}{3}(9-2x), & 3 \leq x \leq 4,5, \\ 0, & \text{інакше,} \end{cases}$$

$$VP = (0;1,5;3):$$

$$f_{VP}(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & 0 \leq x \leq 1,5, \\ \frac{1}{3}(6-2x), & 1,5 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{інакше,} \end{cases}$$

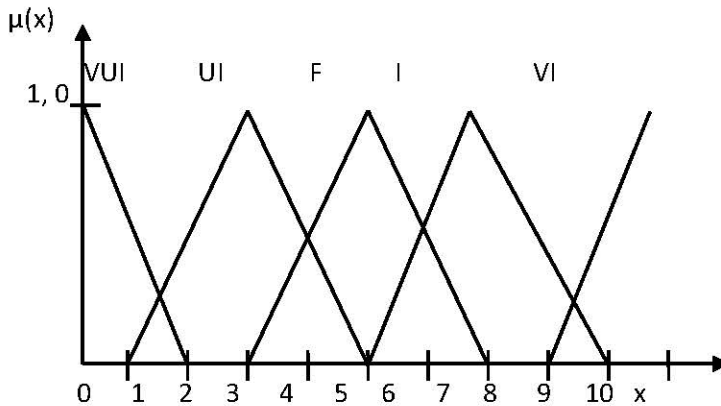
$$EP = (0;0;0,5):$$

$$f_{EP}(x) = \begin{cases} 1-20x, & 0 \leq x \leq 0,5, \\ 0, & 0 \leq x \leq 10, \end{cases}$$



Шкалу лінгвістичної змінної “Важливість проекту” розділимо на 5 значень: $W = \{VI, I, F, UI, VUI\}$, де VI = (дуже важливий), I = (важливий), F = (середньої важливості), UI = (не важливий), VUI = (дуже низької важливості). Значення лінгвістичної змінної W також будемо характеризувати функціями належності трикутного вигляду на інтервалі $[0, 10]$, тобто: $VI = (8; 10; 10)$, $I = (5; 7; 9)$, $F = (3; 5; 7)$, $UI = (1; 3; 5)$, $VUI = (0; 0; 2)$. Значення цієї змінної будуть використані для визначення величин вагових коефіцієнтів (якісних) суб’єктивних критеріїв вибору, які використовуються особами, що приймають рішення.

Форма функцій належності значень лінгвістичної змінної “Важливість” наведена на рис. 12.18, а самі функції визначаються як



$$VI = (8;10;10):$$

$$f_{VI}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-8), & 8 \leq x \leq 10, \\ 0, & 0 \leq x \leq 8, \end{cases}$$

$$I = (5;7;9):$$

$$f_I(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-5), & 5 \leq x \leq 7, \\ \frac{1}{2}(9-x), & 7 \leq x \leq 9, \\ 0, & \text{інакше,} \end{cases}$$

$$F = (3;5;7):$$

$$f_F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-3), & 3 \leq x \leq 5, \\ \frac{1}{2}(7-x), & 5 \leq x \leq 7, \\ 0, & \text{інакше,} \end{cases}$$

$$UI = (1;3;5):$$

$$f_{UI}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1), & 1 \leq x \leq 3, \\ \frac{1}{2}(5-x), & 3 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{інакше,} \end{cases}$$

$$VUI = (0;0;2):$$

$$f_{VUI}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2-x), & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & 2 \leq x \leq 10. \end{cases}$$

Лінгвістичне значення вагового коефіцієнта можна отримати шляхом опитування ОПР із використанням шкали ранжування, що наведена на рис. 12.19, а. Оцінку якості кожного проекту відносно різних критеріїв можна отримати шляхом простого ранжування (рис. 12.19, б).

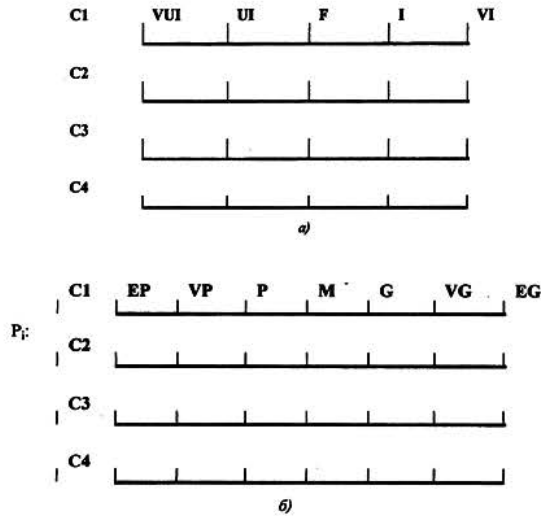


Рисунок 12.19 – Шкали для вагових коефіцієнтів та рейтингу:

а – Вагові коефіцієнти, що використовуються для визначення важливості критеріїв: VUI = дуже низької важливості, UI = неважливий, F = середньої важливості, I = важливий, VI = дуже важливий.

б – Шкали для визначення рейтингу якості кожного проекту відносно критеріїв: EP = надзвичайно низький, VP = дуже низький, P = низький, M = середній, G = хороший, VG = дуже хороший, EG - надзвичайно хороший.

Агрегування оцінок осіб, які приймають рішення

Припустимо, що уже є нечіткі оцінки від ОПР щодо якості та важливості проектів відносно обраних критеріїв, і ці оцінки необхідно об'єднати у спільний агрегований нечіткий індекс значимості проекту, що буде служити узагальненою мірою необхідності виконання і важливості кожного альтернативного проекту. У технічній літературі описано деякі підходи до вирішення цієї задачі. Одним із простих (проте виправданих) підходів до агрегування є усереднення набору оцінок. Для реалізації цього методу необхідно скористатися нечітким оператором отримання середнього.

Розглянемо задачу вибору проекту з n альтернативними варіантами, у вирішенні якої беруть участь k ОПР за допомогою m критеріїв. Нехай $S_{ijt} = (S_{ijt}^l, S_{ijt}, S_{ijt}^r) \in S, i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,m; t=1,2,\dots,k$ – це лінгвістичний рейтинг, який був присвоєний особою, що приймає рішення, проекту P_i за критерієм C_j . Також припустимо, що $W_{jt} = (W_{jt}^{(l)}, W_{jt}, W_{jt}^{(r)}) \in W, i=1,2,\dots,n; t=1,2,\dots,k$ – це лінгвістичним ваговим коефіцієнтом, що був присвоєний ОПР D_t за критерієм C_j . Введемо також агреговані змінні

$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{k} \otimes (S_{ij1} \otimes S_{ij2} \otimes \dots \otimes S_{ijk}), \bar{W}_j = \frac{1}{k} \otimes (W_{j1} \otimes W_{j2} \otimes \dots \otimes W_{jk})$, де символами \otimes та \oplus позначено операції нечіткого множення на коефіцієнт (використання шкали)

та додавання, відповідно. При обраних позначеннях змінна \bar{S}_{ij} являє собою усереднений нечіткий рейтинг (оцінку) проекту P_i за суб'єктивним критерієм C_j , а \bar{W}_j – це усереднене значення нечіткого вагового коефіцієнта важливості суб'єктивного критерію C_j . Змінні \bar{S}_{ij} і \bar{W}_j також є нечіткими числами із трикутною функцією належності такого вигляду:

$$S_{ij} = (S_{ij}^l, S_{ij}, S_{ij}^r), W_j = (W_j^{(l)}, W_j, W_j^{(r)}),$$

$$\text{де } \bar{S}_{ij}^{(l)} = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \bar{S}_{ijt}^{(r)}, \bar{W}_j^{(l)} = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \bar{W}_{jt}^{(r)}.$$

В загальному випадку вагові коефіцієнти критеріїв повинні бути нормованими із використанням операцій нечіткого додавання та нечіткого ділення. Нормовані значення позначимо як

$$\bar{W}_{jN} = \bar{W}_j \otimes \left(\sum_{k=1}^m \bar{W}_k \right) \approx \left(\left(\frac{\bar{w}_j^{(l)}}{\sum_{k=1}^m \bar{W}_k^{(r)}} \right), \left(\frac{\bar{w}_j}{\sum_{k=1}^m \bar{W}_k} \right), \left(\frac{\bar{w}_j^{(r)}}{\sum_{k=1}^m \bar{W}_k^{(l)}} \right) \right) = \left(\bar{w}_j^{(l)}, \bar{w}_j, \bar{w}_j^{(r)} \right). \quad (12.18)$$

Нечіткий індекс значимості проекту $I\Pi_i$ для проекту P_i можна отримати шляхом усереднення досягнень рангів критеріїв і відповідних вагових коефіцієнтів, тобто:

$$I\Pi_i = \frac{1}{m} \otimes \left[(\bar{W}_1 \otimes \bar{S}_{i1}) \otimes (\bar{W}_2 \otimes \bar{S}_{i2}) \otimes \dots \otimes (\bar{W}_m \otimes \bar{S}_{im}) \right].$$

Відповідно до принципу розширення $I\Pi_i$ не буде нечітким числом з трикутною функцією належності. Але для простоти на практиці $I\Pi_i$ приблизно розглядають як нечітке число з трикутною функцією належності вигляду:

$$I\Pi_i \approx (c_i^l, c_i, c_i^r) = \left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{W}_j^{(l)} \bar{S}_{ij}^{(l)}, \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{W}_j \bar{S}_{ij}, \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{W}_j^{(r)} \bar{S}_{ij}^{(r)} \right).$$

12.5.2 Нечітке булеве програмування і рішення задачі вибору проекту

Наступним кроком після обчислення індексу значимості проекту є розробка процедури вибору проекту в умовах рівноваги (ВПУР). Як було сказано вище, умови рівноваги повинні складатися з одного бюджетного обмеження (EC_0) і ще чотирьох інших обмежень: тобто обмеження щодо пріоритетності проекту (EC_1), типів проектів (EC_2), розмірів проектів (EC_3) та виконавців проектів (EC_4). Сформулюємо цю задачу як задачу нечіткого нулевого програмування і розглянемо шляхи її вирішення за допомогою пакета прикладних програм.

Нехай $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ – множина запропонованих проектів, вартість яких становить (b_1, b_2, \dots, b_n) , ІЗПі = (c_i^l, c_i, c_i^r) – нечіткий індекс значимості проекту P_i ($i = 1, 2, \dots, n$); b – загальний бюджет, запланований на виконання проектів. Присвоїмо кожному проекту змінну x_i , яка прийматиме значення 0 або 1 залежно від того, приймається проект чи ні, тобто

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо проект обирається для фінансування;} \\ 0, & \text{якщо проект не обирається.} \end{cases}$$

Таким чином, завданням ВПУР є вибір такого проекту, який максимізує загальний прибуток, тобто $\sum_{i=1}^n \text{ІЗП}_i x_i$. Очевидно, що умову рівноваги EC_0 (бю-

джетне обмеження) можна просто подати у вигляді $\sum_{i=1}^n e_i x_i \leq b$. Всі інші умови

рівноваги $\{EC_1, EC_2, EC_3, EC_4\}$ задовольняють інші конкретні вимоги при розподілі фінансових способів, і вони розділяють всю множину проектів, які виносяться на розгляд, на декілька підмножин з метою формування підгруп зі своїми пріоритетами. При цьому від кожної підмножини можна буде вибрати для реалізації тільки деяку обмежену кількість проектів, або тільки один проект. Наприклад, при розгляді пріоритетності проекту EC_1 загальну кількість варіантів можна розбити на декілька груп (взьмемо для прикладу 6). Таким чином, ця умова приводить до того, що всі проекти P діляться на шість груп $\{P_{11}, P_{12}, P_{13}, \dots, P_{16}\}$ відповідно за числом пріоритетів. При цьому до групи P_{1k} відносяться всі проекти k -го напрямку ($k = 1, 2, \dots, 6$). Тепер можна записати, що $P = \bigcup_{k=1}^6 P_{1k}$. Якщо для k -го напрямку було вибрано фіксоване число проектів P_{1k} , то можна записати обмеження у вигляді:

$$\sum_{j \in P_{1k}} x_j = b_{1k}, k = 1, 2, \dots, 6.$$

В загальному випадку умова рівноваги EC_t призводить до необхідності створення підгрупи $\{P_{t1}, P_{t2}, \dots, P_{tq_t}\}$, яка входить до P разом із заданим числом проектів $\{b_{t1}, b_{t2}, \dots, b_{tq_t}\}$, які будуть обрані з кожної підгрупи. Відповідно, для кожної умови можна записати обмеження

$$\sum_{j \in P_{tk}} x_j = b_{tk}, k = 1, 2, \dots, q_t, t = 1, 2, 3, 4.$$

Таким чином, завдання вибору проектів в умовах збереження рівноваги можна сформулювати так:

максимізувати $\sum_{i=1}^n I3\Pi_i x_i$ при обмеженнях вигляду:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i x_i &\leq b(EC_0), \\ \sum_{i \in P_{1k}} x_i &= b_{1k}, k = 1, 2, \dots, q_1, (EC_1), x_i \in \{0, 1\} = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i \in P_{2k}} x_i &= b_{2k}, k = 1, 2, \dots, q_2 (EC_2), \\ \sum_{i \in P_{3k}} x_i &= b_{3k}, k = 1, 2, \dots, q_3 (EC_3), \\ \sum_{i \in P_{4k}} x_i &= b_{4k}, k = 1, 2, \dots, q_4 (EC_4), \end{aligned} \quad (12.19)$$

Тобто, система (12.19) – це задача нечіткого булевого програмування, оскільки $I3\Pi_i$ – це нечіткі числа з трикутними функціями належності.

При вирішенні задачі нечіткого булевого програмування (12.19) важливу роль відіграє ранжування нечітких чисел. Для цього можна скористатися різними підходами. В даному випадку скористаємося методом ранжування нечітких чисел, який дозволяє ідентифікувати узагальнене очікуване значення. В порівнянні з іншими цей метод має перевагу, у тому, що він відносно простий з обчислювальної точки зору і дозволяє (в деякій мірі) особі, що приймає рішення, визначити свій власний рівень оптимізму стосовно можливості вирішення завдання.

Якщо \tilde{A} – це нечітке число з функцією належності $f_A(x)$, то узагальнене очікуване значення з індексом оптимізму μ визначається як:

$$E_\mu(\tilde{A}) = \mu E_R(\tilde{A}) + (1 - \mu) E_L(\tilde{A}),$$

де $E_R(\tilde{A})$ і $E_L(\tilde{A})$ – праві і ліві очікувані значення числа, \tilde{A} , відповідно; $\mu \in [0, 1]$, а $E_R(\tilde{A})$ і $E_L(\tilde{A})$:

$$E_R(\tilde{A}) = \int_\alpha^\beta x f_A^R(x) dx, E_L(\tilde{A}) = \int_\gamma^\delta x f_A^L(x) dx \quad (12.20)$$

Еквівалентним визначенням для $E_R(\tilde{A})$ і $E_L(\tilde{A})$ є:

$$E_R(\tilde{A}) = \int_\alpha^\beta g_A^R(y) dy, E_L(\tilde{A}) = \int_\gamma^\delta g_A^L(y) dy, \quad (12.21)$$

де $g_A^R(y)$ і $g_A^L(y)$ – це функції, $f_A^R(x)$ і $f_A^L(x)$, відповідно.

Параметр $\mu \in [0,1]$ характеризує ступінь оптимізму ОПР і приймає значення на інтервалі від нуля до одиниці. При цьому більше значення μ відповідає більшому значенню оптимізму. Так, при $\mu = 0$ маємо: $E_0(\tilde{A}) = E_L(\tilde{A})$, тобто ОПР має песимістичну точку зору. Для високого рівня оптимізму $\mu = 1$ маємо: $E_1(\tilde{A}) = E_R(\tilde{A})$. Для задовільного рівня оптимізму $\mu = 0,5$ і маємо:

$$E_{0,5}(\tilde{A}) = 0,5[E_L(\tilde{A}) + E_R(\tilde{A})]$$

Для нечіткого числа $\tilde{A} = (a_l, a, a_r)$ і рівня оптимізму $\mu \in [0,1]$ легко визначити, що

$$E_L(\tilde{A}) = 0,5(a_l + a), E_R(\tilde{A}) = 0,5(a + a_r), E_\mu(\tilde{A}) = \mu E_R(\tilde{A}) + (1 - \mu)E_L(\tilde{A})$$

Очікуване значення зліва $E_L(\tilde{A})$ і очікуване значення справа $E_R(\tilde{A})$ нечіткого числа \tilde{A} з трикутною функцією належності мають геометричну інтерпретацію, тобто вони чисельно прирівнюються площам трапецій OLPQ і ORPQ, відповідно (рис. 12.1).

При деякому рівні оптимізму μ нечіткі числа можна привести в порядок шляхом порівняння їх узагальнених очікуваних значень при конкретних величинах μ . Тобто, для двох нечітких чисел \tilde{A}, \tilde{B} відношення $E_\mu(\tilde{A}) < E_\mu(\tilde{B}), E_\mu(\tilde{A}) > E_\mu(\tilde{B}), E_\mu(\tilde{A}) = E_\mu(\tilde{B})$ означають, що $\tilde{A} \langle \tilde{B}, \tilde{A} \rangle \tilde{B}, \tilde{A} = \tilde{B}$, відповідно.

Вживаючи узагальнені очікувані значення нечітких чисел, розглянемо методику вирішення задачі нечіткого булевого програмування (12.19). Нехай X – скінченна множина можливих розв'язків задачі (12.19), а $g : P \rightarrow \tau(R)$ – функція відображення множини проєктів в множині нечітких чисел, яка визначається як

$$g(x) = \sum_{i \in S} I3\Pi_i, S = \{i \in N : x_i = 1\}$$

Відповідно до принципу розширення маємо: якщо $I3\Pi_i = (c_l, c, c_r)$, ($i \in S$) – нечіткі числа з трикутними функціями належності, то $g(x) = (\sum_{i \in S} c_l^i, \sum_{i \in S} c_i, \sum_{i \in S} c_r^i)$ також є нечітким числом з трикутною функцією належності.

При заданому рівні оптимізму $\mu \in [0,1]$ рішення $x^* \in X$ називають оптимальним рішенням задачі (12.19), якщо

$$E_\mu(g(x^*)) \geq E_\mu(g(x)), \forall x \in X$$

Для заданого рівня оптимізму $\mu, x^* \in X$ є оптимальним рішенням задачі (12.19), якщо x^* є оптимальним рішенням наступної класичної задачі булевого програмування:

Максимізувати $\sum_{i=1}^n [c_i + \alpha c_r + (1 - \alpha) c_l] x_i$ при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^n e_i x_i \leq b, (EC_0)$$

$$\sum_{i \in P_{1k}} x_i = b_{1k}, k = 1, 2, \dots, q_1, (EC_1), x_i \in \{0, 1\} i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i \in P_{2k}} x_i = b_{2k}, k = 1, 2, \dots, q_2, (EC_2)$$

$$\sum_{i \in P_{3k}} x_i = b_{3k}, k = 1, 2, \dots, q_3, (EC_3)$$

$$\sum_{i \in P_{4k}} x_i = b_{4k}, k = 1, 2, \dots, q_4, (EC_4) \quad (12.22)$$

Модель (12.22) являє собою класичну задачу цілочисельного програмування. Якщо її розмірність не надто велика, то її можна вирішити за допомогою пакетів прикладних програм для вирішення завдань цілочисельного програмування або за допомогою оптимізаційного інструментарію системи MATLAB.

12.5.3 Модельний приклад

Розглянемо застосування запропонованого вище методу для розв'язання задачі вибору проекту. Для цього скористаємося модельними даними, але це не означає, що даний приклад є занадто спрощеним. В плануванні та прийнятті рішень щодо проектів беруть участь представники різних організацій, які ми розділимо на три групи і будемо розглядати як ОПР. Позначимо ці групи як D1, D2, D3. Проілюструємо застосування методу на основі даних, які становлять 52 пропозиції при загальному бюджеті 4000000 грн. З метою збалансування інтересів між учасниками групи планування запишемо чотири умови рівноваги:

EC₁: розділимо всі 52 проекти відносно пріоритетності (A) на шість груп {A1, A2, ..., A6}. Нехай з кожної групи A_t, t = 1, 2, ..., 6 необхідно вибрати по два проекти.

EC₂: за типами проектів (T) розділимо всі 52 проекти також на 6 груп {T1, T2, ..., T6}. При цьому з кожної групи T_t, t = 1, 2, ..., 6 необхідно вибрати по два проекти.

EC₃: за обсягами проектів (S) розділимо 52 проекти на три групи {S1, S2, S3}. При цьому з кожної групи S1, t = 1,2,3 виберемо по чотири проекти.

EC₄: за виконавцями проектів розділимо 52 проекти на 5 груп {M1, M2, ..., M5}. При цьому кожна група виконавців M1, M2, ..., M5 повинна виконати певну кількість проектів. Нехай це буде 6, 2, 2, 1, 1, відповідно.

Тепер можна скласти таблицю розподілу проектів відповідно до умов рівноваги EC₁,..., EC₄. Таке групування проектів наведено в таблиці 12.8.

Таблиця 12.8 – Умови рівноваги і групування проектів.

№ пр.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
EC1	A2	A2	A3	A6	A2	A5	A1	A5	A2	A3	A4
EC2	T5	T5	T5	T5	T5	T5	T5	T5	T5	T5	T5
EC3	S2	S2	S2	S2	S2	S2	S2	S2	S2	S1	S1
EC4	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1

№ пр.	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
EC1	A2	A1	A4	A2	A5	A3	A4	A4	A4	A2	A2
EC2	T5	T5	T5	T5	T4	T4	T4	T4	T6	T6	T2
EC3	S1	S1	S1	S1	S2	S3	S2	S2	S2	S1	S2
EC4	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1	M1

№ пр.	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
EC1	A5	AS	AS	A5	A5	A6	A6	A6	A2	A6	A6
EC2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2
EC3	S2	S3	S2	S2	S1	S1	S2	S3	S2	S1	S1
EC4	M1	M2	M2	M2	M2	M2	M3	M4	M1	M1	M1

№ пр	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
EC1	A2	A2	A2	A4	A3	A3	A4	A4	A3	A6	A4
EC2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2	T2
EC3	S3	S1	S3	S1	S1	S3	S3	S3	S3	S2	S3
EC4	M2	M3	M1	M1	M1	M1	M1	M2	M2	M2	M2

№ пр	45	46	47	48	49	50	51	52			
EC1	A1	A4	A4	A1	A3	A5	A3	A6			
EC2	T2	T2	T2	T1	T3	T5	T3	T6			
EC3	S3	S3	S2	S1	S2	S1	S3	S2			
EC4	M2	M2	M1	M3	M3	M3	M5	M4			

Особи, які приймають рішення, оцінюють (ваговий) коефіцієнт важливості для кожного критерію вибору, вживаючи при цьому лінгвістичні значення за шкалою: $W = \{VI, I, F, UI, VUI\}$. В таблиці 12.9 наведені лінгвістичні значення вагових коефіцієнтів важливості, а також нормовані середні значення вагових коефіцієнтів важливості (нечіткі числа для трикутних функцій належності).

Таблиця 12.9 – Вагові коефіцієнти важливості для обраних критеріїв

Критерій/ ОПР	C1	C2	C3	C4
D1	F	VI	I	UI
D2	I	I	VI	F
D3	F	I	VI	I
Нормовані вагові коефіцієнти	W_{H1}	W_{H2}	W_{H3}	W_{H4}

$$W_{H1} = (0,11; 0,20; 0,39); W_{H2} = (0,18; 0,29; 0,47);$$

$$W_{H3} = (0,21; 0,33; 0,49); W_{H4} = (0,02; 0,18; 0,356).$$

Особи, які приймають рішення, оцінюють якість кожного проекту в порівнянні з кожним критерієм вибору за допомогою лінгвістичних рейтингових змінних у відповідності з наступною шкалою: $S = \{EG, VG, G, M, P, VP, EP\}$. Остаточним обраним проектам присвоюється індекс 1, а відхиленням - 0. Характеристики розглянутого підходу до вибору проектів можна покращити за рахунок більш суворого підходу до вибору функцій приналежності, а також обліку інших факторів, які впливають на вибір, наприклад, соціально-політичних. Також доцільним буде ввести динамічну оптимізацію використання ресурсів у часі, тобто ввести в розгляд можливі варіанти реалізації проектів у часі.