

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА МЕТАЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ

РОБОЧА ПРОГРАМА

**методичні вказівки і індивідуальні завдання
до вивчення дисципліни «Вища математика»
для студентів економічних спеціальностей**

Затверджено
на завіданні Вченої ради
академії
Протокол № 1 від 27.01.04

Дніпропетровськ НМетАУ 2004

ББК 22.142

Робоча програма, методичні вказівки і індивідуальні завдання до вивчення дисципліни “Вища математика” для студентів економічних спеціальностей /Укл.: Г.Г. Швачич, О.Г. Холод, О.О. Шмукін – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2004. – 52 с.

Наведені рекомендації до вивчення дисципліни “Вища математика”: робоча програма дисципліни, необхідний обсяг знань студентів в результаті її вивчення, основна і додаткова література, що рекомендується. Наведено варіанти індивідуальних завдань, що виконують студенти в процесі вивчення дисципліни.

Призначені для студентів заочної форми навчання, які навчаються за економічними спеціальностями.

Друкується за авторською редакцією.

Укладачі: Г.Г. Швачич, канд. техн. наук, доц.,
О.Г. Холод, канд. техн. наук, доц.
О.О. Шмукін, канд. фіз.-матем. наук, доц.

Відповідальний за випуск: Г.Г. Швачич, канд. техн. наук, доц.

Рецензент Н.О. Різун, канд. техн. наук (ДУЕП)

ЗМІСТ

1. Робоча програма дисципліни “Вища математика”	4
2. Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань.....	9
3. Література.....	12
3.1. Основна.....	12
3.2. Додаткова.....	13
4. Задачі для виконання індивідуальних завдань.....	14
5. Таблиця варіантів індивідуальних завдань.....	43
5.1. Таблиця варіантів індивідуальних завдань №1,2.....	43
5.2. Таблиця варіантів індивідуальних завдань №3,4.....	44
5.3. Таблиця варіантів індивідуальних завдань № 5.....	46
6. Орієнтовний перелік питань для підсумкового контролю знань	47

1. РОБОЧА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ "ВИЩА МАТЕМАТИКА "

Розділ I. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

1.1. МАТРИЦІ, ДІЇ З НИМИ

Поняття прямокутної матриці. Види матриць. Дії з матрицями та їх властивості.

1.2. ВИЗНАЧНИКИ. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Визначники другого та третього порядків, методи їх обчислення. Визначники n -го порядку, їх властивості та обчислення.

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Основні поняття та означення. Правило Крамера для розв'язування СЛАР. Умови існування та єдиності розв'язку. Однорідні СЛАР, умови єдиності розв'язку.

Матрична форма запису СЛАР. Поняття та знаходження оберненої матриці. Розв'язування СЛАР за допомогою оберненої матриці.

Поняття рангу матриці. Методи знаходження рангу. Теореми про ранг матриці.

Системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з m невідомими. Умови сумісності й визначеності. Теорема Кронекера-Капеллі. Дослідження СЛАР. Розв'язування економічних задач.

Розділ II. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

Поняття скалярної та векторної величини. Рівність векторів. Лінійні операції над векторами: додавання, віднімання та множення на скаляр. Єдиничний вектор. Колінеарність та компланарність векторів.

Скалярний добуток векторів, його властивості та застосування.

Векторна та скалярна проекція вектора на вісь. Властивості скалярної проекції вектора на вісь. Лінійна комбінація векторів. Лінійна залежність та лінійна незалежність векторів. Векторний базис на площині та у просторі. Розклад довільного вектора за базисом. Координати вектора у заданому базисі.

Афінна система координат на площині та у просторі. Декартова прямокутна система координат (ДПСК). Декартові прямокутні координати вектора.

Лінійні операції над векторами в координатах. Координати вектора, що сполучає дві точки.

Скалярний добуток векторів у координатній формі запису. Використання скалярного добутку у векторній алгебрі. Умови перпендикулярності та колінійності векторів.

Приклади застосування векторної алгебри в економіці.

Розділ III. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

3.1. ПРЯМА ЛІНІЯ НА ПЛОЩИНІ

Метод координат. Лінії та їх рівняння. Пряма лінія на площині та її рівняння в декартових координатах. Загальне рівняння прямої та його дослідження. Канонічне та параметричне рівняння прямої. Рівняння прямої, яка проходить через дві точки. Рівняння у відрізках. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Кут між прямими. Рівняння пучка прямих. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої.

Поняття про криві другого порядку (Коло. Еліпс. Гіпербола. Парабола).

Приклади застосування аналітичної геометрії на площині в економіці.

3.2. ПЛОЩИНА ТА ПРЯМА У ПРОСТОРИ

Площина в просторі. Рівняння площини в просторі. Взаємне розташування двох площин в просторі (Кут між площинами. Умови паралельності та перпендикулярності).

Пряма в просторі. Основні види рівняння прямої в просторі. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності.

Пряма та площина в просторі, їх взаємне розташування.

Кут між прямою та площиною. Точка перетину.

Гіперплощина.

Приклади застосування аналітичної геометрії у просторі в економіці.

Розділ IV. ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Поняття функції. Способи задання функції. Властивості функції (зростання, спадання, парність, непарність, періодичність). Числа. Абсолютна величина числа.

Числова послідовність, границя числової послідовності. Границя функції. Односторонні границі.

Нескінченно малі та нескінченно великі величини. Зв'язок між ними. Властивості нескінченно малих величин.

Невизначеності та способи їх розкриття. Важливі границі функції. Неперервність функції. Точки розриву та їх класифікація.

Неперервність функції в точці та на проміжку. Основні теореми про неперервні функції. Неперервність елементарних функцій.

Точки розриву функцій. Класифікація точок розриву.

Приклади застосування математичного аналізу в економіці.

Розділ V. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ НЕЗАЛЕЖНОЇ ЗМІННОЇ

Задачі, що приводять до поняття похідної.

Означення похідної функції в точці, її геометричний, фізичний та економічний зміст. Рівняння дотичної та нормалі до плоскої кривої.

Диференційованість функції у точці, на проміжку. Зв'язок між диференційованістю та неперервністю функції в точці.

Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій.

Похідна складної функції. Похідна неявної, оберненої функцій. Таблиця похідних. Логарифмічне диференціювання.

Похідні вищих порядків.

Теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коші.

Правило Лопіталя. Розкриття невизначеностей. Формула Тейлора.

Умови зростання, спадання функції. Поняття екстремуму функції в точці. Необхідна та достатні умови екстремуму. Опуклість, угнутість, точки перегину графіка функції. Необхідна та достатні умови перегину.

Асимптоти кривих. Повне дослідження функцій та побудова графіків за допомогою засобів математичного аналізу.

Означення диференціала функції. Обчислення диференціала. Геометричний зміст диференціала.

Властивості диференціала. Диференціал складної функції. Відшукування функції за її відомим диференціалом.

Диференціали вищих порядків.

Приклади застосування диференціального числення функції однієї незалежної змінної в економіці.

Розділ VI. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ НЕЗАЛЕЖНИХ ЗМІННИХ

Границя та неперервність функцій багатьох незалежних змінних. Повний та частковий приріст функції. Частинні похідні, повний диференціал функцій багатьох незалежних змінних. Похідні та диференціали вищих порядків.

Похідна за даним напрямком. Градієнт функції. Безумовний та умовний екстремуми функцій багатьох незалежних змінних.

Приклади застосування диференціального числення функції багатьох незалежних змінних в економіці.

Розділ VII. ПЕРВІСНА ТА НЕОЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

Первісна функція та неозначений інтеграл. Властивості неозначеного інтеграла. Таблиця основних формул інтегрування. Безпосереднє інтегрування, заміна змінної в неозначеному інтегралі, інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, інтегрування тригонометричних виразів, тригонометричні підстановки.

Приклади застосування неозначеного інтегралу в економіці.

Розділ VIII. ОЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

Задачі, що приводять до означеного інтеграла. Інтегральна сума. Властивості означеного інтеграла. Теорема існування означеного інтеграла. Узагальнена теорема про середнє. Означений інтеграл із змінною верхньою межею. Зв'язок між означеним та неозначеним інтегралом. Формула Ньютона-Лейбниці. Методи обчислення означених інтегралів.

Геометричні додатки означеного інтеграла. Наближені обчислення означеного інтеграла.

Невласні інтеграли.

Приклади застосування означеного інтегралу в економіці.

Розділ IX. ПОДВІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Задачі, що призводять до подвійного інтеграла. Поняття подвійного інтеграла, його властивості, геометричний зміст. Основні прийоми обчислення подвійних інтегралів. Подвійний інтеграл в полярних координатах. Деякі додатки подвійних інтегралів.

Приклади застосування подвійних інтегралів в економіці.

Розділ X. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Задачі, що призводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення. Диференціальні рівняння першого порядку (з відокремлювальними змінними, однорідні, лінійні, Бернуллі, Лагранжа, Клеро). Задача Коші.

Диференціальні рівняння вищих порядків. Структура загального та частинного розв'язку диференціального рівняння. Характеристичне рівняння.

Приклади застосування диференціальних рівнянь в економіці.

Розділ XI. РЯДИ

Числові ряди. Основні поняття та означення. Необхідні та достатні умови збіжності. Теорема Лейбниці. Абсолютна та умовна збіжність. Ознаки збіжності рядів.

Функціональні ряди. Степеневі ряди. Область збіжності. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів.

Розкладення функцій в степеневі ряди. Ряди Тейлора та Маклорена.

Використання рядів для наближених обчислювань.

Приклади застосування рядів в економіці.

2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

Навчальним планом з дисципліни "Вища математика" передбачено виконання контрольних робіт. Кількість задач контрольної роботи визначається викладачем. Перед розв'язуванням задач необхідно вивчити відповідний розділ теоретичного матеріалу.

При виконанні контрольних робіт студент повинний строго дотримувати наступних правил.

1. Виконувати контрольні роботи строго за варіантом, номер якого вказує викладач.

2. Кожна контрольна робота виконується в окремому зошиті в клітку чорним будь-якого кольору, крім червоних. У зошиті повинні бути поля для рецензента; наприкінці зошита необхідно залишити кілька чистих аркушів для доповнень і виправлень відповідно до зауважень рецензента.

3. Оформлення обкладинки зошита повинно відповідати зразку:

<p style="text-align: center;">НМетАУ</p> <p style="text-align: center;">КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ</p> <p style="text-align: center;">ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №</p> <p style="text-align: center;">з дисципліни "ВИЩА МАТЕМАТИКА"</p> <p style="text-align: center;">студента економічного факультету</p> <p style="text-align: center;">група _____ спеціальність _____</p> <hr/> <p style="text-align: center;"><i>(прізвище, ім'я та по батькові)</i></p> <p style="text-align: center;">Варіант №</p> <p style="text-align: center;">№ залікової книжки _____</p> <p style="text-align: center;">Дата здачі роботи до деканату _____</p> <p style="text-align: center;">Викладач _____</p> <p style="text-align: center;">Дніпропетровськ 2004</p>

4. Перед рішенням кожної задачі вказується її умова, замінивши загальні дані конкретними зі свого варіанта. Розташовувати задачі необхідно в порядку зростання їхніх номерів, зберігаючи нумерацію.

5. Розв'язок задач обов'язково супроводжуються поясненнями, необхідними рисунками або графіками та посиланнями на відповідні теоретичні поняття та формули.

6. Після одержання прорецензованої роботи студент повинний уважно вивчити рецензію і виконати всі зауваження рецензента.

7. Робота, виконана з якими-небудь порушеннями перерахованих вище вимог, не зараховується і повертається студенту для переробки.

8. Студент, що не виконав хоча б одну контрольну роботу, до іспиту не допускається.

9. Якщо контрольна робота після перевірки не зарахована, треба виправити помилки згідно з зауваженнями рецензента. Це необхідно робити у кінці роботи (або в окремому зошиті), написавши спочатку титул "Робота над помилками". Вносити зміни до тексту вже перевіреної роботи категорично забороняється. Допрацьована контрольна робота надсилається для повторної перевірки разом з першим варіантом.

10. Номер варіанту контрольної роботи обирається згідно з двома останніми цифрами залікової книжки, або студентського квитка. При чому, якщо цей номер перевищує цифру 50, то номер контрольної роботи визначається наступним чином: від цифри 100 віднімається цифра, що відповідає двома останніми цифрами залікової книжки, або студентського квитка. Наприклад, якщо номер двох останніх цифр залікової книжки відповідає цифрі 48, то студент виконує 48 варіант. В разі, коли номер двох останніх цифр залікової книжки 85, то варіант контрольної роботи обирається наступним чином: $100-85=15$ і студент виконує 15 варіант контрольної роботи.

3. ЛІТЕРАТУРА

3.1. Основна

1. *Вища математика*. Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. – К.: КНЕУ, 1999.
2. *Барковський В.В., Барковська Н.В.* Математика для економістів: Ч.1. – К.: Національна академія управління, 1997.
3. *Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г.* Математика в економіці. Ч.1,2. – М.: Финансы и статистика, 1999.
4. *Высшая математика для экономистов / под ред. Н.Ш. Кремера* – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.
5. *Сушко С.О., Фомичова Л.Я., Кагадий Т.С.* Математика для економічних спеціальностей. – Дн-ск: НГА України, 1999.
6. *Ляшенко И.Н., Ляшенко Е.И.* Математика для экономистов. – Донецк.: ДонГУ, 1998.
7. *Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.* Высшая математика в упражнениях и задачах ч.1,2. – М.: Высшая школа, 1980.
8. *Запорожец Г.И.* Руководство к решению задач по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 1966.
9. *Каплан И.А.* Практические занятия по высшей математике. – Харьков: Изд-во ХГУ, 1967.
10. *Берман Г.Н.* Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1977.
11. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и студентов вузов. – М.: Наука, 1986.
12. *Швачич Г.Г.* Лінійна алгебра в розрахунках середовища MATHCAD: Підручник: ДАУБП, 2000. – 236 с.

13. *Швачич Г.Г.* МATHCAD в інженерних та економічних розрахунках: Навчальний посібник. – Дніпропетровськ: НМетАУ-ІПК МК, 2000. – 72 с.

14. *Швачич Г.Г.* Сучасні інформаційні технології в математиці для економістів: Підручник.- К.: Центр навчальної літератури, 2003.- 368 с.

3.2. Додаткова

1. *Кудрявцев В.А., Демидович Б.П.* Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1969.

2. *Бермант А.Ф., Араманович И.Г.* Краткий курс математического анализа для втузов. – М.: Наука, 1969.

3. *Вища математика.* Основні означення, приклади і задачі. ч.1,2. – К.: Либідь, 1992.

4. *Пискунов Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление, Т.1,2. – М.: Наука, 1982.

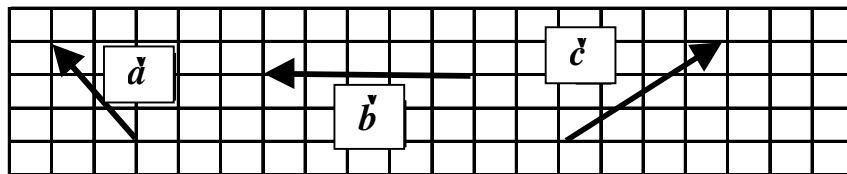
5. *Минорский В.П.* Сборник задач по высшей математике. – М.: Наука, 1969.

4. ЗАДАЧІ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

Задача 1

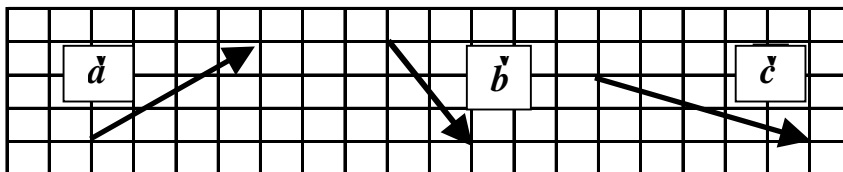
Задано вектори, зображені на малюнку.
Побудувати їх лінійну комбінацію – вектор \vec{d} .

1.1.



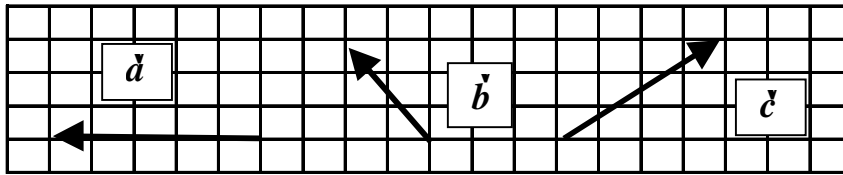
$$\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$$

1.2.



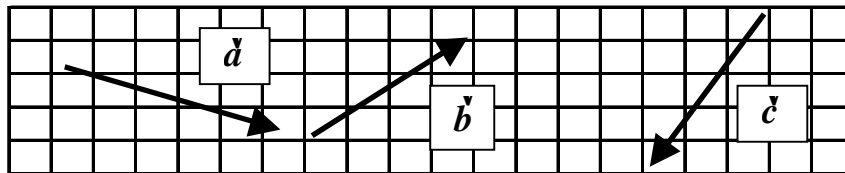
$$\vec{d} = -2\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$$

1.3.



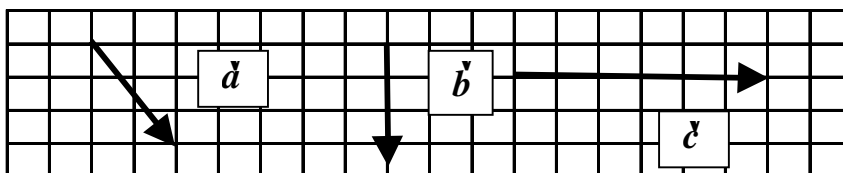
$$\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$$

1.4.



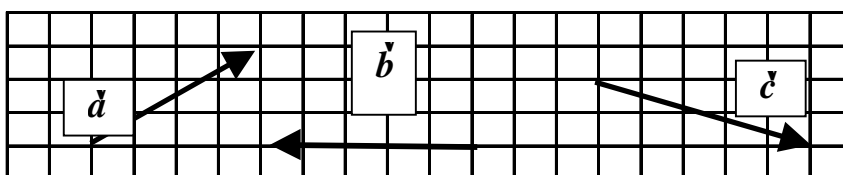
$$\vec{d} = -3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

1.5.



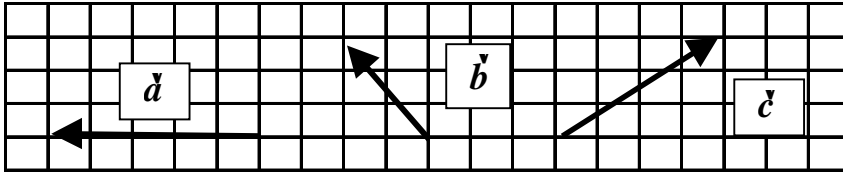
$$\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$$

1.6.



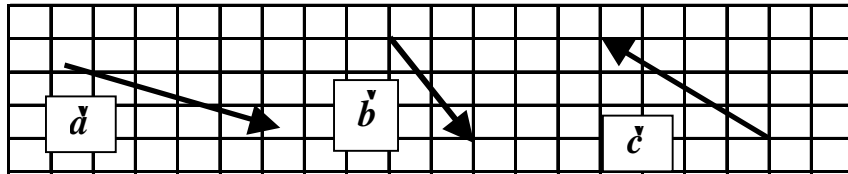
$$\vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$$

1.7.



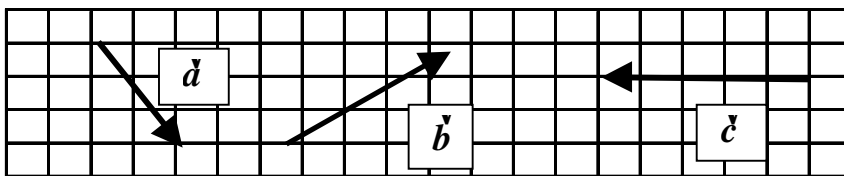
$$\vec{d} = \vec{a} - 3\vec{b} - 4\vec{c}$$

1.8.



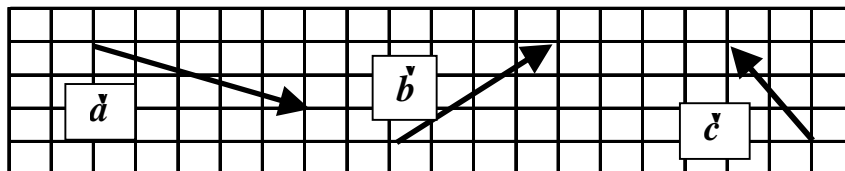
$$\vec{d} = -2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$$

1.9.



$$\vec{d} = 2\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$$

1.10.



$$\vec{d} = -2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$$

Задача 2

Вектори $\overset{\mathbf{r}}{a}$, $\overset{\mathbf{i}}{b}$, $\overset{\mathbf{r}}{c}$ задані своїми координатами.

Виконати наступні операції:

1. Обчислити координати вектора $\overset{\mathbf{i}}{d}$, що є їх лінійною комбінацією.
2. Знати довжину та напрям вектора $\overset{\mathbf{i}}{d}$.
3. Знайти кут між векторами $\overset{\mathbf{i}}{b}$ та $\overset{\mathbf{i}}{d}$.
4. Побудувати вектори $\overset{\mathbf{i}}{d}$ та $\overset{\mathbf{i}}{c}$.

$$2.1. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (2; 1; 3); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (3; -1; 4); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (0; 1; -1) .$$
$$\overset{\mathbf{i}}{d} = 2\overset{\mathbf{r}}{a} - 3\overset{\mathbf{i}}{b} + \overset{\mathbf{r}}{c}$$

$$2.2. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (5; -1; -3); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (10; -2; -6); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (7; -2; 6) .$$
$$\overset{\mathbf{i}}{d} = 5\overset{\mathbf{r}}{a} + 4\overset{\mathbf{i}}{b} + 3\overset{\mathbf{r}}{c}$$

$$2.3. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (1; 4; -1); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (-3; 3; 9); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (5; 8; -3) .$$
$$\overset{\mathbf{i}}{d} = 4\overset{\mathbf{r}}{a} - 5\overset{\mathbf{i}}{b} + 2\overset{\mathbf{r}}{c}$$

$$2.4. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (4; 2; -2); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (3; -1; 5); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (-2; -1; 1) .$$
$$\overset{\mathbf{i}}{d} = \overset{\mathbf{r}}{a} - 5\overset{\mathbf{i}}{b} + 4\overset{\mathbf{r}}{c}$$

$$2.5. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (8; -2; 4); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (-4; 1; 2); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (0; 2; -1) .$$
$$\overset{\mathbf{i}}{d} = 3\overset{\mathbf{r}}{a} + 7\overset{\mathbf{i}}{b} - 5\overset{\mathbf{r}}{c}$$

$$2.6. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (2; 3; 2); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (-5; 7; 0); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (-3; 1; 2) .$$
$$\overset{\mathbf{i}}{d} = 5\overset{\mathbf{r}}{a} + 4\overset{\mathbf{i}}{b} - 7\overset{\mathbf{r}}{c}$$

$$2.7. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (4; 0; 2); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (5; -2; 10); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (-3; 3; 2) .$$
$$\overset{\mathbf{i}}{d} = -3\overset{\mathbf{r}}{a} - 5\overset{\mathbf{i}}{b} + 2\overset{\mathbf{r}}{c}$$

$$2.8. \quad \overset{\mathbf{r}}{a} = (7; 4; 0); \quad \overset{\mathbf{i}}{b} = (-2; 6; 2); \quad \overset{\mathbf{r}}{c} = (5; 2; -1) .$$

$$\vec{d} = \vec{a} + 5\vec{b} - 3\vec{c}$$

2.9. $\vec{a} = (4; 1; 5); \vec{b} = (3; 0; -1); \vec{c} = (-12; 3; 15)$.
 $\vec{d} = 2\vec{a} + 4\vec{b} - 3\vec{c}$

2.10. $\vec{a} = (-2; 1; 0); \vec{b} = (4; -2; 5); \vec{c} = (-2; 1; -10)$.
 $\vec{d} = 7\vec{a} - 5\vec{b} + 3\vec{c}$

Задача 3

Разкласти заданий вектор \vec{a} за базисом $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

3.1. $\vec{a} = (9; 3; -6)$. $\vec{e}_1 = (0; 2; 0); \vec{e}_2 = (3; -2; 1); \vec{e}_3 = (0; 0; 1)$.

3.2. $\vec{a} = (2; -5; -4)$. $\vec{e}_1 = (-1; 0; 0); \vec{e}_2 = (0; 1; -3); \vec{e}_3 = (0; 0; 5)$.

3.3. $\vec{a} = (2; -2; 1)$. $\vec{e}_1 = (0; 0; 1); \vec{e}_2 = (-1; 0; 0); \vec{e}_3 = (0; 2; 4)$.

3.4. $\vec{a} = (1; 3; 2)$. $\vec{e}_1 = (0; 0; 3); \vec{e}_2 = (2; 1; -2); \vec{e}_3 = (0; 1; 0)$.

3.5. $\vec{a} = (2; 2; 4)$. $\vec{e}_1 = (0; 0; -7); \vec{e}_2 = (-1; 3; -4); \vec{e}_3 = (0; 4; 0)$.

3.6. $\vec{a} = (-7; 4; 0)$. $\vec{e}_1 = (0; 0; 2)$; $\vec{e}_2 = (2; 4; -3)$; $\vec{e}_3 = (0; -1; 0)$.

3.7. $\vec{a} = (3; 5; -1)$. $\vec{e}_1 = (4; -6; 1)$; $\vec{e}_2 = (-1; 0; 0)$; $\vec{e}_3 = (0; -3; 0)$.

3.8. $\vec{a} = (-3; 0; 6)$. $\vec{e}_1 = (2; -2; -5)$; $\vec{e}_2 = (-1; 0; 0)$; $\vec{e}_3 = (0; -2; 0)$.

3.9. $\vec{a} = (-4; 1; 3)$. $\vec{e}_1 = (3; 0; 0)$; $\vec{e}_2 = (0; -2; 0)$; $\vec{e}_3 = (0; -3; 5)$.

3.10. $\vec{a} = (3; 2; 1)$. $\vec{e}_1 = (-1; 2; 4)$; $\vec{e}_2 = (0; 1; 0)$; $\vec{e}_3 = (0; 0; 2)$.

Задача 4

Задано координати вершин трикутника ABC. Знайти:

1. Рівняння сторони АВ.
2. Довжину сторони АВ.
3. Рівняння медіани, що проведена з вершини В.
4. Рівняння висоти, що опущена з вершини С.
5. Довжину висоти, що опущена з вершини С.
6. Рівняння прямої, що проходить через вершину С паралельно стороні АВ.
7. Внутрішній кут В у радіанах.

До кожного пункту зробити малюнок (ескіз).

4. 1. $A(-3, 2)$; $B(1, 4)$; $C(-3, 0)$

4. 2. $A(0, 1)$; $B(5, 3)$; $C(4, 0)$

4. 3. A(2, 3); B(-4, 2); C(-1, 4)
 4. 4. A(5, -1); B(-1, 4); C(3, - 3)
 4. 5. A(3, 1); B(2, - 4); C(4, 0)
 4. 6. A(5, 3); B(-2, 4); C(3, -1)
 4. 7. A(0, 1); B(-3, 4); C(1, -5)
 4. 8. A(1, - 2); B(4, -2); C(4, 0)
 4. 9. A(-3, 1); B(3,2); C(0, -2)
 4.10. A(0, 1); B(4, - 1); C(-4, 2)

Задача 5

Знайти область визначення функції. Нанести її на числову вісь

5. 1. $y = \frac{\ln(x^2 - 8x + 15)}{x - 4};$

5. 2 $y = \frac{2^{x+3}}{\sqrt{2x + 6}};$

5. 3. $y = \frac{\sqrt{x^2 - 8x + 15}}{e^x};$

5. 4 $y = \frac{\sin(2x + 1)}{\ln(3x - 9)};$

5. 5. $y = \sqrt{\frac{2 - x}{x^2 - 9}};$

5. 6 $y = \ln(x - 4) + 3\sqrt{x + 5};$

5. 7. $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^3 - 5x^2 + 6x};$

5. 8 $y = \frac{\ln(x - 1)}{\sqrt{x^2 - x - 6}};$

5. 9. $y = \ln \frac{x - 1}{2 + x};$

5.10 $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 3}.$

Задача 6

Побудувати графік функції $y=f(x)$ шляхом перетворення графіків основних елементарних функцій.

6.1.	$y = -2^{ x+2 } + 4$	6.6.	$y = x - 2 $
6.2.	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{ x-2 } - 3$	6.7.	$y = x^2 - 4 x + 3$
6.3.	$y = -\sin(3x - 2)$	6.8.	$y = x^2 - 4 x + 3 $
6.4.	$y = -2 \cos(4x - 3)$	6.9.	$y = \log_2 x - 3 $
6.5.	$y = x - 1 + x + 1 $	6.10.	$y = 3x^2 - 2 $

Задача 7

Знайти наведені границі функцій не користуючись правилом Лопітала

7.1. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 3}{\sqrt{x + 7}}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3}{7 + 4x + 5x^2}$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 4}$;
d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 5x}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x - 1}\right)^{5x + 7}$.

7.2. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \ln x}{5x - 4}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 3}{2x^2 + 7x - 4}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}$;
d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{7x \sin 3x}$; e) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{x}}$.

7.3. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x + 5}{x^3 + 24}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4\sqrt{x}}{5\sqrt{x^3} + 4x^2}$; c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 4x + 3}$;

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} 5x \cdot \sin \frac{3}{x}; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$7.4. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} 8x + \sqrt{x^2 + 7}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 1}{3 + \sqrt[3]{x^9 + 4}}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 7x - 30};$$
$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \sin 5x}{\operatorname{arctg}^2 2x}; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow 3} (10 - 3x)^{\frac{5}{x-3}}.$$

$$7.5. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{\ln(x^4 + 5)}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4}{\sqrt{2x + 1} + 8x}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 3x^2 + 2};$$
$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x \sin x}{1 - \cos 2x}; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+5} \right)^{3x-1}.$$

$$7.6. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \pi} 2x \cos x; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x-5} + 9x^2}{5 - 6x^2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x};$$
$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x \cdot \operatorname{ctg} 7x; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 7x)^{\frac{9}{x}}.$$

$$7.7. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x + 1}{x - 7}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 11}{5x^2 + 29}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 + 2x - 135}{x^2 - 25};$$
$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\operatorname{arctg} 9x}; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{5x+7}.$$

$$7.8. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-7}{\operatorname{arctg}(x-2)}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 7}{17 + 3x + x^2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + x + 30}{x^2 + 9};$$
$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x \cdot \arcsin 2x}{1 - \cos 5x}; \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+7} \right)^{3-4x}.$$

7.9. a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 2x + 1}{\sqrt{3x + 1}}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 53}{1 + 3\sqrt{x^2 - 2}}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{x^3 - 8}$;
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arcsin 8x}{\operatorname{tg} 4x \cdot \sin 2x}$; e) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} 4x)^{\operatorname{ctg} 7x}$.

7.10. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x + 4}{x^3 + 4x + 5}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 12}{9 - 3x}$; c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 + 2x - x^2}{x^3 - 9x}$;
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \cdot \operatorname{tg} 3x}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 9}{x + 5} \right)^{2x + 3}$.

Задача 8

Знайти похідні наведених функцій

8.1. a) $y = 3x^4 - \frac{7}{x^5} + 12 \frac{x^2 \sqrt{x}}{x^3}$; b) $y = 3x^5 - \sin x$;
 c) $y = 9 \ln \sqrt{\operatorname{tg} x^5}$; d) $y = \cos x^2 \cdot \ln^3 x$.
 e) $y = \frac{\sin \sqrt{x}}{5 \operatorname{tg} x}$; f) $y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$.

8.2. a) $y = \frac{3x^3 - \sqrt[3]{x}}{2x}$; b) $y = 4x^{12} + 7e^x$;
 c) $y = 7 \cos^2 \arcsin x^3$; d) $y = \arcsin \sqrt{x} \cdot 2x^7$.
 e) $y = \frac{e^{x^2}}{\ln(2x - 1)}$; f) $y = \frac{\cos^3 x \cdot (x + 3)^{12} \cdot e^{3x}}{\ln^5 x}$.

8.3. a) $y = 7x^5 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + x\sqrt{x}$; b) $y = 3\sqrt[3]{x} - 9\ln x$;

c) $y = 4\arccos 2^{\sin^3 x}$; d) $y = e^{\operatorname{ctg} x} \cdot (2x^2 + 9x + 4)^3$.

e) $y = \frac{\operatorname{ctg} x^6}{2^{\sin x}}$; f) $y = (\ln x)^{x^2}$.

8.4. a) $y = \sqrt[5]{x} \cdot (3x^2 - 8)$; b) $y = 5x^2 - 2\arcsin x$;

c) $y = 5 \cdot 7^{\sqrt{\operatorname{ctg} \ln x}}$; d) $y = \sin \ln x \cdot \cos^2 x$.

e) $y = \frac{\ln^6 x}{\cos x^7}$; f) $y = \frac{(x+7)^9 \cdot 2^{\operatorname{ctg} x}}{\sqrt[5]{(x+2)^7}}$.

8.5. a) $y = -12x^9 + \frac{x^2\sqrt{x}}{2x^5} - 7\frac{x}{\sqrt{x}}$; b) $y = 13\sqrt[4]{x} + 42\operatorname{arctg} x$;

c) $y = 12\operatorname{tg} e^{2\sqrt{x}}$; d) $y = \sqrt{5 + \operatorname{tg} x} \cdot e^{\sin x}$.

e) $y = \frac{\arccos x^5}{\sqrt{\ln_3 x}}$; f) $y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$.

8.6. a) $y = 8x^2\sqrt{x} - \frac{x^2 + 4}{x^3}$; b) $y = 5\sqrt[7]{x} - 9\operatorname{arctg} x$;

c) $y = 3\operatorname{arctg}^2 \ln^3 x$; d) $y = 5^{\operatorname{arctg} x} \cdot \ln(x^5 + 2x)$.

e) $y = \frac{e^{\arcsin x}}{\operatorname{tg} x^2}$; f) $y = \frac{\cos x \cdot (x-12)^4}{\sqrt[7]{x+3}}$.

8.7. a) $y = \frac{x^8 - 5x^4}{\sqrt{x}}$; b) $y = 54x^4 - 2\cos x$;

c) $y = 14 \log_2 \sqrt{\arccos e^x}$; d) $y = \operatorname{arctg} e^x \cdot \cos \ln x$.

e) $y = \frac{\sqrt{x^3 + 3x - 7}}{\operatorname{ctg}^3 x}$; f) $y = (\sqrt{x})^{\cos x}$.

8.8. a) $y = \frac{24x - \sqrt[5]{x}}{5x^2} + 6x^3$;

b) $y = 6\sqrt[3]{x^2} - 7 \operatorname{tg} x$;

c) $y = \frac{8}{\cos^3 \operatorname{tg} x^2}$;

d) $y = e^{3-2x} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{x}$

e) $y = \frac{\cos 3^x}{\sqrt{\operatorname{tg} x}}$;

f) $y = \frac{\sqrt{x-3} \cdot e^{\sqrt{x}}}{(x+8)^4}$.

8.9. a) $y = 4x^{15} - 2x^{0.8} + \frac{x^{7.3}}{5}$;

b) $y = \frac{2}{\sqrt{x}} + 5 \operatorname{ctg} x$;

c) $y = 5 \operatorname{tg}^3 \sin \sqrt{x}$;

d) $y = (9x^3 - 3x + 5) \cdot \cos \sqrt{x}$.

e) $y = \frac{5^{\sin x}}{\operatorname{ctg} \ln x}$;

f) $y = (\cos x)^{2x+1}$.

8.10. a) $y = \left(\sqrt{x} + \frac{9}{x^5} \right) \cdot x^7$;

b) $y = 7x^6 + 2 \arccos x$;

c) $y = 11 \arcsin e^{\operatorname{tg} x^6}$;

d) $y = \arcsin \ln \sqrt{x} \cdot 3^{-9x}$.

e) $y = \frac{7 \cos^3 x}{\sqrt{\ln x}}$;

f) $y = \frac{x^2 \cdot \sin x}{(x-1)^6}$.

Задача 9

Обчислити найбільше та найменше значення функції на заданому відрізку

9.1. $y = x - 2 \sin x$; $[0; \pi]$

9.6. $y = \frac{1}{x} + 4x^2$; $\left[\frac{1}{2}; 2 \right]$

9.2. $y = x - 3 \ln x$; $[2; 4]$

9.7. $y = \frac{x^3 - 2}{x}$; $\left[-2; -\frac{1}{2} \right]$

$$9.3. \quad y = x + \frac{2}{\sqrt{x}}; \left[\frac{1}{4}; 4 \right]$$

$$9.4. \quad y = \sqrt{169 - x^2}; [-12; 5]$$

$$9.5. \quad y = \frac{\ln x}{x}; [2; 4]$$

$$9.8. \quad y = \ln(\cos x); \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right]$$

$$9.9. \quad y = x^2 \cdot e^{-x}; [1; 3]$$

$$9.10. \quad y = x^2 - \ln x; [1; 3]$$

Задача 10

Засобами диференціального числення дослідити функцію $y=f(x)$ та побудувати її графік.

$$10.1. \quad \text{a) } y = x^3 - 3x^2 + 3; \quad \text{б) } y = \frac{e^{2x}}{2x}.$$

$$10.2. \quad \text{a) } y = 1 + 3x + x^2 - \frac{x^3}{3}; \quad \text{б) } y = x + \operatorname{arctg} x.$$

$$10.3. \quad \text{a) } y = 2 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{x^3}{3}; \quad \text{б) } y = x - \ln(x+2).$$

$$10.4. \quad \text{a) } y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 3; \quad \text{б) } y = \ln(x^2 + 4).$$

$$10.5. \quad \text{a) } y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 1; \quad \text{б) } y = x \cdot e^{-x^2}.$$

$$10.6. \quad \text{a) } y = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 - 4x + 8; \quad \text{б) } y = e^{\frac{1}{x}} + x.$$

$$10.7. \quad \text{a) } y = 10 + \frac{5}{2}x - x^2 - \frac{x^3}{6}; \quad \text{б) } y = x \cdot e^{2x}.$$

$$10.8. \quad \text{a) } y = \frac{x^3}{3} - 4x + 5; \quad \text{б) } y = x^2 - 2 \ln x.$$

$$10.9. \quad \text{a) } y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3; \quad \text{б) } y = (x+2) \cdot e^{-x}.$$

$$10.10. \quad \text{a) } y = \frac{9}{2}x - \frac{x^3}{3}; \quad \text{б) } y = \ln(1 - x^2).$$

Задача 11

Знайти область визначення функції $z = z(x, y)$. Побудувати таку область.

11.1. $z = \sqrt{x+y} + \frac{1}{x-y^2}$

11.6. $z = \sqrt{y-x} + \frac{1}{x+y}$

11.2. $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$

11.7. $z = \ln(x^2 - y^2) + \sqrt{x - y^2}$

11.3. $z = \ln xy + \frac{1}{x^2 + y^2 - 4}$

11.8. $z = \frac{1}{\sqrt{x}} + \ln(x + 2y - 1)$

11.4. $z = \ln(x^2 + y^2 - R^2) + \frac{1}{\sqrt{x}}$

11.9. $z = \sqrt{x - \sqrt{y}} + \frac{1}{x^2 - y + 1}$

11.5. $z = \frac{1}{\sqrt{y}} + \ln\left(1 - \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16}\right)$

11.10. $z = \ln(y - x) + \frac{1}{xy - 1}$

Задача 12

Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функції $z = f(x, y)$.

12.1. $z = \ln^2(xy^3 + x^2 - y)$

12.6. $z = 2^{x^2 y^2 - \sqrt{xy}}$

12.2. $z = (2x + x^3)^{\cos y^2}$

12.7. $z = 3tg^3(x^2 + 2xy^3)$

12.3. $z = 4tg^2\left(\frac{x^3}{y} + 4\sqrt{xy}\right)$

12.8. $z = (1 - 3y^2)^{x^4}$

12.4. $z = \sqrt[3]{x^2 y^3 + 2x + \cos(x^2 y)}$

12.9. $z = \sin^2(5x^2 - 3\sqrt{xy})$

12.5. $z = \cos^3(4xy^2 - 2x^3)$

12.10. $z = \arctg^3(\sqrt{x^3 y})$

Задача 13

Задані функція $z = z(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ та вектор \mathbf{a} . Знайти: а) $\text{grad } z$ в точці A ; б) похідну в точці A за напрямком вектора \mathbf{a} .

$z = z(x, y)$	A	\mathbf{a}	$z = z(x, y)$	A	\mathbf{a}
13.1. $z = x^2 + xy + y^2$	(1;1)	$\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$	13.6. $z = \text{arctg}(xy^2)$	(2;3)	$\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
13.2. $z = 2x^2 + 3xy + y^2$	(2;1)	$\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$	13.7. $z = \arcsin\left(\frac{x^2}{y}\right)$	(1;2)	$\mathbf{a} = 5\mathbf{i} - 12\mathbf{j}$
13.3. $z = \ln(5x^2 + 3y^2)$	(1;1)	$\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$	13.8. $z = \ln(3x^2 + 4y^2)$	(1;3)	$\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$
13.4. $z = \ln(5x^2 + 4y^2)$	(1;1)	$\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$	13.9. $z = 3x^4 + 2x^2y^3$	(-1;2)	$\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
13.5. $z = 5x^2 + 6xy$	(2;1)	$\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$	13.10. $z = 3x^2y^2 + 5y^2x$	(1;1)	$\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$

Задача 14

Знайти неозначені інтеграли

14.1. а) $\int \cos^3 3x dx$;

б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-2x}}$;

в) $\int (3-5x) \ln x dx$;

г) $\int \frac{2x+1}{x^2+4x+5} dx$.

14.2. а) $\int \text{tg}^2 5x dx$;

б) $\int \frac{dx}{2x - \sqrt{x}}$;

в) $\int x \sin \frac{x}{3} dx$;

г) $\int \frac{2-3x}{x^2+2x+10} dx$.

14.3. а) $\int \sin 3x \cos 5x dx$;

б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$;

в) $\int (2x+1) \cos x dx$;

г) $\int \frac{xdx}{2x^2+4x-7}$.

14.4. a) $\int \sin^2 4x dx$;

б) $\int (1-3x) \sin x dx$;

б) $\int \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} dx$;

г) $\int \frac{2x-1}{x^2+4x-5} dx$.

14.5. a) $\int \cos^3 4x dx$;

б) $\int (2-x)e^x dx$;

б) $\int \frac{dx}{3x+\sqrt{x}}$;

г) $\int \frac{1-4x}{x^2+6x-7} dx$.

14.6. a) $\int \sin 2x \sin 6x dx$;

б) $\int x e^{-\frac{x}{2}} dx$;

б) $\int x \sqrt{1-3x} dx$;

г) $\int \frac{2x-3}{x^2-5x+6} dx$;

14.7. a) $\int \sin^3 5x dx$;

б) $\int x \ln(1-x) dx$;

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-4x}}$.

г) $\int \frac{3x-2}{x^2+6x} dx$.

14.8. a) $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$;

б) $\int (2x+1)3^x dx$;

б) $\int \frac{dx}{1-\sqrt[3]{x}}$;

г) $\int \frac{2-x}{x^2-4x-5} dx$.

14.9. a) $\int \cos x \cos 5x dx$;

б) $\int (x+1) \cos 3x dx$;

б) $\int (x+1) \sqrt{x-2} dx$;

г) $\int \frac{3-2x}{x^2-4x} dx$.

14.10. a) $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$;

б) $\int x \cdot \sqrt{1-3x} dx$;

$$в) \int x \cdot 2^{\frac{-x}{3}} dx;$$

$$г) \int \frac{4-x}{x^2-2x} dx.$$

Задача 15

Обчислити означені інтеграли

$$15.1. а) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2\cos x} ;$$

$$б) \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{3x} \sin 4x dx.$$

$$15.2. а) \int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}} ;$$

$$б) \int_{-4}^0 (x^2+7x+12) \cos x dx.$$

$$15.3. а) \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt{(x+3)^3}} ;$$

$$б) \int_{-1}^2 x \ln^2 x dx.$$

$$15.4. а) \int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx ;$$

$$б) \int_{-1}^1 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx.$$

$$15.5. а) \int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}} ;$$

$$б) \int_{-2}^0 (x^2+2) e^{\frac{x}{2}} dx.$$

$$15.6. а) \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^e} dx ;$$

$$б) \int_1^2 x \log_2 x dx.$$

$$15.7. а) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt[3]{\cos x} \sin x dx ;$$

$$б) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\cos^2 x}.$$

$$15.8. а) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+5\operatorname{tg}x}{\cos^2 x} dx ;$$

$$б) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2-5x+6) \sin 3x dx.$$

$$15.9. а) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x + 3\sin x + 1) \cos x dx ;$$

$$б) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xdx}{\sin^2 x}.$$

15.10. а) $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$;

б) $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$.

Задача 16

Розв'язати задачу, пов'язану з геометричними додатками означеного інтеграла

- 16.1. Обчислити площу фігури, обмеженої параболою $y=x^2$ і прямою $x-y-6=0$.
- 16.2. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ординат фігури, обмеженої параболою $y=x^2$ і $y = \frac{x^2 + 1}{2}$.
- 16.3. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = \sqrt{x}$, $xy=1$ і прямою $x=4$.
- 16.4. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ординат фігури, обмеженої лініями $y = \ln x$, $x = e$ і віссю абсцис.
- 16.5. Обчислити площу фігури, обмеженої параболою $y=4-x^2$ і прямою $y=x+2$.
- 16.6. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої лініями $y=x^3$ і $y = \sqrt{x}$.
- 16.7. Обчислити площу фігури, обмеженої параболою $y=x^2+4x$ і прямою $x-y+4=0$.
- 16.8. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ординат фігури, обмеженої параболою $y=3-x^2$ і $y=x^2+1$.
- 16.9. Обчислити площу фігури, обмеженої параболою $y=3-x^2-2x$ і віссю абсцис.
- 16.10. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої гіперболою $xy=4$, прямими $x=3$, $x=12$ і віссю абсцис.

Задача 17

Обчислити невідомі інтеграли, або довести їх розбіжність

17.1. а) $\int_0^{\infty} \frac{e^x dx}{x^2 + 2x + 4}$;

б) $\int_0^2 \frac{xdx}{(x^2 - 1)^{\frac{4}{5}}}$.

17.2. а) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 11}$;

б) $\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{x-2}}$.

17.3. а) $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^2 + 3}$;

б) $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^4}$.

17.4. а) $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$;

б) $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

17.5. а) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-3x} dx$;

б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$.

17.6. а) $\int_0^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + 4}$;

б) $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}$.

17.7. а) $\int_1^{\infty} \frac{\sin 3x + 4}{\sqrt{x}} dx$;

б) $\int_1^e \frac{dx}{x^5 \sqrt{\ln x}}$.

17.8. а) $\int_3^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{x^3 2x}$;

б) $\int_0^1 \frac{\sin x dx}{\sqrt{x^3}}$.

17.9. а) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1)dx}{x^2 + 2x + 4}$;

б) $\int_0^{10} \frac{dx}{x^2 + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$.

17.10. а) $\int_0^{\infty} \frac{\arctg^2 x dx}{1+x^2}$;

б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1-\cos x}$.

Задача 18

Знайти загальний розв’язок диференціального рівняння першого порядку

$$18.1. xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x} \right) \quad 18.2. y' - y = 2x - 3$$

$$18.3. xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2} \quad 18.4. y' - 7y = 8e^{3x}$$

$$18.5. (xy' - y) \sin \frac{y}{x} = x \quad 18.6. y' \cdot \cos x - y \sin x = \cos^2 x$$

$$18.7. (xy^2 - y^2) dx - (x^2 y + x^2) dy = 0$$

$$18.8. \sec^2 x \cdot \operatorname{tg} y dx + \sec^2 y \cdot \operatorname{tg} x dy = 0$$

$$18.9. xy' + 2\sqrt{xy} = y \quad 18.10. y' + xy = -y^3 \cdot e^{-x^2}$$

Задача 19

Знайти частинні розв'язки рівнянь, що задовольняють заданим початковим умовам

$$19.1. y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

$$19.2. y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3 \quad y(0) = 4/3 \quad y'(0) = 1/27$$

$$19.3. y'' + 4y = e^{-2x} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

$$19.4. y'' - 2y' + 5y = xe^{2x} \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

$$19.5. y'' + 5y' + 6y = 12 \cos 2x \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 3$$

$$19.6. y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

$$19.7. y'' - 4y' + 13y = 26x + 5 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

$$19.8. y'' - 4y' = 6x^2 + 1 \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 3$$

$$19.9. y'' - 2y' + y = 16e^x \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 2$$

$$19.10. y'' + 6y' + 9y = 10e^{-3x} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 2$$

Задача 20

Перевірити, чи виконується необхідна умова збіжності ряду

$$20.1. \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots \quad 20.6. \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9\sqrt{3}} + \dots$$

$$20.2. 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots \quad 20.7. \frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + \frac{1}{4 \ln 4} + \dots$$

$$20.3. \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \dots \quad 20.8. 1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots$$

$$20.4. \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{4}{11} + \dots \quad 20.9. \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{3}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$$

$$20.5. 0,6 + 0,51 + 0,501 + 0,5001 + \dots$$

$$20.10. \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \dots$$

Задача 21

Дослідити збіжність числового ряду

$$21.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^{2n}}{3n^3 + 1}$$

$$21.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-2}}{15n^3 - 1}$$

$$21.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^{n+1}}$$

$$21.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$$

$$21.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n-4}{6^n}$$

$$21.8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 1}{5n^2 + 2n + 1} \right)^n$$

$$21.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{2^{2n+1}}$$

$$21.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{(n+1)!}$$

$$21.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+1}}{3^n \cdot n!}$$

$$21.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^2}{5^{n+1}}$$

Задача 22

Дослідити на абсолютну та умовну збіжність

$$22.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^2 + 2}$$

$$22.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{n^3 + 1}}$$

$$22.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sqrt{n}}{(2n-1)(2n+3)}$$

$$22.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+2)}{n^3 + 1}$$

$$22.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{(n+1)(2n-1)}}$$

$$22.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{\sqrt{n^3 + 2}}$$

$$22.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+2)}{\sqrt{n^3 + 1}}$$

$$22.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{(2n+1)^3 - 1}$$

$$22.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{(2n+1)\sqrt{(n+1)}}$$

$$22.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n} \cdot (2n+3)}$$

Задача 23

Знайти радіус та інтервал збіжності степенового ряду на межах інтервала збіжності

$$23.1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{3^n} (x+3)^n$$

$$23.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{7n^3 + 1}$$

$$23.2. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 6}{6n} (x-6)^n$$

$$23.7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{\sqrt[3]{n^4 - 2}}$$

$$23.3. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-4}{4^n} (x-4)^n$$

$$23.8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n^3 - 1)(x-3)^n}{3^n}$$

$$23.4. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n} (x + 2)^n$$

$$23.9. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 5}{5^n} (x - 5)^n$$

$$23.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - 3)^n}{2^n}$$

$$23.10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x + 1)^n}{5^n}$$

Задача 24

Обчислити наближено означений інтеграл, використовуючи розкладення підінтегральної функції в степеневий ряд. Результати отримати з точністю до 0.001.

$$24.1. \int_0^1 \sqrt{x} \cdot \cos \frac{x}{2} dx$$

$$24.6. \int_0^1 \sqrt[3]{x} \cdot \sin \frac{x}{3} dx$$

$$24.2. \int_0^1 x^2 \cdot e^{-x^2} dx$$

$$24.7. \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{x} \cdot \ln(1 + x^2) dx$$

$$24.3. \int_0^1 \frac{\sin x^2}{x} dx$$

$$24.8. \int_0^1 \sqrt[3]{x} \cdot \left(e^{\frac{x^3}{3}} - 1 \right) dx$$

$$24.4. \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{x} \cdot \ln(1 + x^4) dx$$

$$24.9. \int_0^1 x \sqrt{x} \cdot \sin \frac{x}{2} dx$$

$$24.5. \int_0^1 \sqrt{x} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$24.10. \int_0^1 \sqrt[4]{x} \cdot \cos \frac{\sqrt{x}}{2} dx$$

Задача 25

Обчислити визначники заданих матриць

$$25.1. \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 & -9 \\ 2 & 3 & 6 & -5 \\ 3 & 4 & -7 & 9 \\ 2 & 3 & -5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$25.2. \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 6 \\ 7 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -7 & 2 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$25.3. \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$25.4. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 10 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & -1 \\ 1 & 4 & 5 & 9 \\ 8 & -1 & 6 & -7 \end{bmatrix}$$

$$25.5. \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -5 & 0 \\ 7 & -5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$25.6. \begin{bmatrix} -1 & 3 & 3 & -4 \\ 4 & -7 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$25.7. \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$25.8. \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 & -4 \\ 4 & -6 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ -8 & -5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$25.9. \begin{bmatrix} -6 & 3 & 2 & -6 \\ -6 & 1 & 4 & 3 \\ -5 & 6 & -7 & 3 \\ 5 & -6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$25.10. \begin{bmatrix} 8 & -5 & 3 & 2 \\ -5 & 3 & 1 & 6 \\ 5 & 7 & 9 & 2 \\ -7 & 5 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

Задача 26

Знайти добуток матриць $A \cdot B$, якщо він існує

$$26.1. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -5 & 0 \\ 7 & -5 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ -4 & 1 & 2 \\ -5 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$26.2. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ -4 & 1 & 2 \\ -5 & 2 & 3 \\ 6 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 5 & -2 \\ 4 & 6 & -2 & 3 \\ 5 & -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$26.3. \quad A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 & -4 \\ 4 & -6 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ -8 & -5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -3 \\ 4 & -1 & 4 \\ -4 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$26.4. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 5 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & 7 & -3 \\ 4 & -1 & 4 \\ -4 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$26.5. \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 7 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 6 & 3 & 7 & -5 \\ 1 & 3 & 7 & -3 \end{bmatrix}$$

$$26.6. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 1 & -4 \\ 6 & -3 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 7 & -5 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 6 \\ -4 & 1 & 2 \\ -5 & 2 & 3 \\ 6 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$26.7. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & -2 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 5 & -2 \\ 4 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$26.8. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ -8 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$26.9. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 7 & -3 \\ 4 & -1 & 4 \\ -4 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$26.10. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ -8 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 6 & 3 & 7 & 5 \\ 1 & 3 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

Задача 27

Методом елементарних перетворювань знайти ранг матриць

$$27.1. \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$

$$27.2. \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$27.3. \quad \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$27.4. \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$27.5. \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$27.6. \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 6 \\ 7 & 1 & -3 & 10 \\ 17 & 1 & -7 & 22 \\ 3 & 4 & -2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$27.7. \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 10 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & -1 \\ 16 & 4 & 52 & 9 \\ 8 & -1 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$27.8. \quad \begin{bmatrix} -1 & 3 & 3 & -4 \\ 4 & -7 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$27.9. \quad \begin{bmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -1 & -4 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ 0 & 5 & -10 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$27.10. \quad \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

Задача 28

Перевірити, чи є матриця виродженою, і у випадку негативної відповіді знайти обернену матрицю. Виконати перевірку отриманого результату

$$28.1. \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$28.2. \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$28.3. \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$28.4. \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$28.5. \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$28.6. \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$28.7. \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$28.8. \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$28.9. \begin{bmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$28.10. \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Задача 29

Дана система трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими. Необхідно знайти її розв'язок за допомогою: а) формул Крамера; б) матричного метода Гауса; в) матричного метода.

$$29.1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$29.2. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$29.3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = -4 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$$

$$29.4. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$29.5. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

$$29.6. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

$$29.7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$29.8. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$29.9. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$29.10. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

Задача 30

Виконати загальне дослідження на сумісність системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Описати загальний роз’язок таких систем, якщо він існує

$$30.1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases}$$

$$30.2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

$$30.3. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$$30.4. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 3 \\ 3x_1 + 15x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$30.5. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$30.6. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = -7 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$30.7. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$30.8. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$$

$$30.9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

$$30.10. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + x_2 + 7x_3 = -3 \end{cases}$$

5. Таблица варіантів завдань індивідуальних завдань

5.1. Таблица варіантів індивідуальних завдань №1,2

№№ варіанта	Номери задач									
	Контрольна робота № 1						Контрольна робота №2			
1	1.3	2.2	3.9	4.2	5.4	6.2	7.2	8.9	9.9	10.9
2	1.1	2.8	3.4	4.4	5.3	6.4	7.6	8.8	9.4	10.4
3	1.2	2.4	3.3	4.5	5.10	6.8	7.1	8.4	9.3	10.3
4	1.4	2.6	3.1	4.7	5.9	6.9	7.4	8.6	9.1	10.1
5	1.9	2.5	3.5	4.8	5.7	6.3	7.7	8.5	9.5	10.5
6	1.2	2.3	3.9	4.9	5.8	6.1	7.5	8.1	9.9	10.9
7	1.5	2.1	3.4	4.6	5.2	6.7	7.8	8.3	9.4	10.4
8	1.4	2.9	3.8	4.3	5.5	6.5	7.6	8.2	9.8	10.8
9	1.10	2.7	3.3	4.1	5.4	6.10	7.3	8.10	9.3	10.10
10	1.8	2.10	3.4	4.10	5.6	6.5	7.10	8.9	9.4	10.4
11	1.6	2.1	3.9	4.5	5.1	6.4	7.4	8.5	9.9	10.9
12	1.1	2.5	3.2	4.8	5.2	6.6	7.2	8.1	9.2	10.2
15	1.8	2.9	3.7	4.3	5.4	6.1	7.5	8.7	9.7	10.7
14	1.3	2.7	3.6	4.6	5.9	6.3	7.8	8.5	9.6	10.6
15	1.4	2.5	3.10	4.9	5.6	6.7	7.4	8.3	9.10	10.10
16	1.6	2.3	3.8	4.1	5.7	6.9	7.6	8.4	9.8	10.8
17	1.7	2.2	3.1	4.4	5.3	6.8	7.7	8.8	9.1	10.1
18	1.10	2.8	3.10	4.7	5.10	6.5	7.9	8.6	9.10	10.3
19	1.4	2.4	3.6	4.8	5.5	6.2	7.2	8.2	9.6	10.6
20	1.9	2.6	3.7	4.9	5.3	6.10	7.1	8.10	9.7	10.7
21	1.4	2.5	3.9	4.6	5.1	6.6	7.6	8.4	9.9	10.9
22	1.7	2.2	3.5	4.3	5.6	6.1	7.6	8.9	9.5	10.5
23	1.3	2.8	3.4	4.2	5.4	6.7	7.3	8.3	9.4	10.4
24	1.1	2.10	3.9	4.1	5.5	6.2	7.4	8.2	9.9	10.9
25	1.6	2.1	3.3	4.4	5.4	6.9	7.8	8.4	9.3	10.3
26	1.5	2.3	3.1	4.7	5.9	6.4	7.6	8.6	9.1	10.1
27	1.10	2.4	3.5	4.1	5.7	6.3	7.4	8.7	9.5	10.5
28	1.1	2.9	3.2	4.2	5.8	6.10	7.10	8.5	9.2	10.2

29	1.8	2.7	3.6	4.5	5.5	6.9	7.2	8.1	9.6	10.6
30	1.6	2.10	3.4	4.10	5.6	6.6	7.1	8.7	9.4	10.4
31	1.7	2.4	3.5	4.4	5.4	6.5	7.5	8.9	9.5	10.5
32	1.5	2.6	3.10	4.5	5.3	6.1	7.4	8.6	9.10	10.3
33	1.2	2.5	3.3	4.1	5.2	6.5	7.3	8.2	9.3	10.3
34	1.9	2.1	3.8	4.5	5.6	6.10	7.4	8.6	9.8	10.8
35	1.3	2.6	3.5	4.8	5.9	6.5	7.8	8.5	9.5	10.5
36	1.4	2.3	3.2	4.7	5.4	6.6	7.5	8.3	9.2	10.2
37	1.6	2.8	3.9	4.10	5.5	6.8	7.7	8.5	9.9	10.9
38	1.7	2.2	3.2	4.6	5.3	6.10	7.5	8.8	9.2	10.2
39	1.5	2.9	3.5	4.7	5.2	6.4	7.9	8.7	9.5	10.5
40	1.4	2.3	3.7	4.1	5.6	6.2	7.3	8.3	9.7	10.7
41	1.10	2.5	3.8	4.8	5.10	6.2	7.1	8.2	9.8	10.8
42	1.4	2.6	3.1	4.6	5.5	6.6	7.3	8.4	9.1	10.1
43	1.7	2.3	3.6	4.5	5.6	6.3	7.6	8.10	9.6	10.6
44	1.3	2.9	3.5	4.2	5.3	6.7	7.4	8.4	9.5	10.5
45	1.2	2.2	3.1	4.3	5.5	6.4	7.8	8.3	9.1	10.1
46	1.6	2.2	3.4	4.4	5.10	6.9	7.10	8.4	9.4	10.4
47	1.5	2.4	3.2	4.5	5.9	6.7	7.6	8.8	9.2	10.2
48	1.5	2.5	3.6	4.10	5.5	6.4	7.5	8.6	9.6	10.6
49	1.3	2.10	3.3	4.4	5.6	6.1	7.2	8.4	9.3	10.3
50	1.1	2.8	3.10	4.7	5.9	6.10	7.3	8.2	9.10	10.10

5.2. Таблица варіантів індивідуальних завдань № 3,4

№№ варіанта	Номери задач										
	Контрольна робота № 3						Контрольна робота № 4				
1	9.10	10.2	11.9	12.2	13.4	14.2	15.2	16.9	17.4	18.9	19.2
2	9.1	10.8	11.4	12.4	13.10	14.4	15.6	16.8	17.10	18.4	19.4
3	9.2	10.4	11.10	12.5	13.3	14.8	15.1	16.4	17.3	18.10	19.5
4	9.4	10.6	11.1	12.7	13.9	14.9	15.4	16.6	17.9	18.1	19.7
5	9.9	10.5	11.5	12.8	13.7	14.3	15.7	16.5	17.7	18.5	19.8
6	9.2	10.3	11.9	12.9	13.8	14.1	15.5	16.1	17.8	18.9	19.9
7	9.5	10.1	11.4	12.6	13.2	14.7	15.8	16.10	17.2	18.4	19.6
8	9.4	10.9	11.8	12.3	13.5	14.5	15.6	16.2	17.5	18.8	19.3
9	9.3	10.7	11.3	12.1	13.4	14.10	15.3	16.3	17.4	18.3	19.1
10	9.8	10.10	11.4	12.10	13.6	14.5	15.10	16.9	17.6	18.4	19.10
11	9.6	10.1	11.9	12.5	13.1	14.4	15.4	16.5	17.1	18.9	19.5

12	9.1	10.5	11.2	12.8	13.2	14.6	15.2	16.1	17.2	18.2	19.8
13	9.8	10.9	11.7	12.3	13.4	14.1	15.5	16.7	17.4	18.7	19.3
14	9.10	10.7	11.6	12.6	13.9	14.3	15.8	16.5	17.9	18.6	19.6
15	9.4	10.5	11.10	12.9	13.6	14.7	15.4	16.10	17.6	18.10	19.9
16	9.6	10.3	11.8	12.1	13.7	14.9	15.6	16.4	17.7	18.8	19.1
17	9.7	10.2	11.1	12.4	13.10	14.8	15.7	16.8	17.10	18.1	19.4
18	9.3	10.8	11.3	12.7	13.3	14.5	15.9	16.6	17.3	18.3	19.7
19	9.4	10.4	11.6	12.8	13.5	14.2	15.2	16.2	17.5	18.6	19.8
20	9.9	10.6	11.7	12.9	13.10	14.3	15.1	16.3	17.10	18.7	19.9
21	9.4	10.5	11.9	12.6	13.1	14.6	15.6	16.4	17.1	18.9	19.6
22	9.7	10.2	11.5	12.10	13.6	14.1	15.6	16.9	17.6	18.5	19.10
23	9.10	10.8	11.4	12.2	13.4	14.7	15.3	16.10	17.4	18.4	19.2
24	9.1	10.3	11.9	12.1	13.5	14.2	15.4	16.2	17.5	18.9	19.1
25	9.6	10.1	11.10	12.4	13.4	14.9	15.8	16.4	17.4	18.10	19.4
26	9.5	10.10	11.1	12.7	13.9	14.4	15.6	16.6	17.9	18.1	19.7
27	9.3	10.4	11.5	12.1	13.7	14.10	15.4	16.7	17.7	18.5	19.1
28	9.1	10.9	11.2	12.2	13.8	14.3	15.10	16.5	17.8	18.2	19.2
29	9.8	10.7	11.6	12.5	13.5	14.9	15.2	16.1	17.5	18.6	19.5
30	9.6	10.3	11.4	12.3	13.6	14.6	15.1	16.7	17.6	18.4	19.3
31	9.7	10.4	11.5	12.4	13.4	14.5	15.5	16.9	17.4	18.5	19.4
32	9.5	10.6	11.3	12.5	13.3	14.1	15.4	16.6	17.3	18.3	19.5
33	9.2	10.5	11.10	12.1	13.2	14.5	15.3	16.2	17.2	18.10	19.1
34	9.9	10.1	11.8	12.5	13.6	14.3	15.4	16.6	17.6	18.8	19.5
35	9.10	10.6	11.5	12.8	13.9	14.5	15.8	16.5	17.9	18.5	19.8
36	9.4	10.10	11.2	12.7	13.4	14.6	15.5	16.3	17.4	18.2	19.7
37	9.6	10.8	11.9	12.3	13.5	14.8	15.7	16.5	17.5	18.9	19.3
38	9.7	10.2	11.2	12.6	13.10	14.10	15.5	16.8	17.10	18.2	19.6
39	9.5	10.9	11.5	12.7	13.2	14.4	15.9	16.7	17.2	18.5	19.7
40	9.4	10.3	11.7	12.1	13.6	14.2	15.3	16.10	17.6	18.7	19.1
41	9.10	10.5	11.8	12.8	13.3	14.2	15.1	16.2	17.3	18.8	19.8
42	9.4	10.6	11.1	12.6	13.5	14.6	15.10	16.4	17.5	18.1	19.6
43	9.7	10.10	11.6	12.5	13.6	14.3	15.6	16.3	17.6	18.6	19.5
44	9.10	10.9	11.5	12.2	13.10	14.7	15.4	16.4	17.10	18.5	19.2
45	9.2	10.2	11.1	12.3	13.5	14.4	15.8	16.10	17.5	18.1	19.3
46	9.6	10.2	11.4	12.4	13.3	14.9	15.3	16.4	17.3	18.4	19.4
47	9.5	10.4	11.2	12.5	13.9	14.7	15.6	16.8	17.9	18.2	19.5
48	9.5	10.5	11.6	12.10	13.5	14.4	15.5	16.6	17.5	18.6	19.10
49	9.10	10.3	11.3	12.4	13.6	14.1	15.2	16.4	17.6	18.3	19.4
50	9.1	10.8	11.10	12.7	13.9	14.10	15.10	16.2	17.9	18.10	19.7

5.3. Таблица варіантів індивідуального завдання № 5

№№ вар.	Номери задач					
	Контрольна робота № 5					
1	25.3	26.2	27.9	28.2	29.4	30.2
2	25.1	26.8	27.4	28.4	29.3	30.4
3	25.2	26.4	27.3	28.5	29.10	30.8
4	25.4	26.6	27.1	28.7	29.9	30.9
5	25.9	26.5	27.5	28.8	29.7	30.3
6	25.2	26.3	27.9	28.9	29.8	30.1
7	25.5	26.1	27.4	28.6	29.2	30.7
8	25.4	26.9	27.8	28.3	29.5	30.5
9	25.10	26.7	27.3	28.1	29.4	30.10
10	25.8	26.10	27.4	28.10	29.6	30.5
11	25.6	26.1	27.9	28.5	29.1	30.4
12	25.1	26.5	27.2	28.8	29.2	30.6
15	25.8	26.9	27.7	28.3	29.4	30.1
14	25.3	26.7	27.6	28.6	29.9	30.3
15	25.4	26.5	27.10	28.9	29.6	30.7
16	25.6	26.3	27.8	28.1	29.7	30.9
17	25.7	26.2	27.1	28.4	29.3	30.8
18	25.10	26.8	27.10	28.7	29.10	30.5
19	25.4	26.4	27.6	28.8	29.5	30.2
20	25.9	26.6	27.7	28.9	29.3	30.10
21	25.4	26.5	27.9	28.6	29.1	30.6
22	25.7	26.2	27.5	28.3	29.6	30.1
23	25.3	26.8	27.4	28.2	29.4	30.7
24	25.1	26.10	27.9	28.1	29.5	30.2
25	25.6	26.1	27.3	28.4	29.4	30.9
26	25.5	26.3	27.1	28.7	29.9	30.4
27	25.10	26.4	27.5	28.1	29.7	30.3
28	25.1	26.9	27.2	28.2	29.8	30.10
29	25.8	26.7	27.6	28.5	29.5	30.9
30	25.6	26.10	27.4	28.10	29.6	30.6
31	25.7	26.4	27.5	28.4	29.4	30.5
32	25.5	26.6	27.10	28.5	29.3	30.1
33	25.2	26.5	27.3	28.1	29.2	30.5
34	25.9	26.1	27.8	28.5	29.6	30.10

35	25.3	26.6	27.5	28.8	29.9	30.5
36	25.4	26.3	27.2	28.7	29.4	30.6
37	25.6	26.8	27.9	28.10	29.5	30.8
38	25.7	26.2	27.2	28.6	29.3	30.10
39	25.5	26.9	27.5	28.7	29.2	30.4
40	25.4	26.3	27.7	28.1	29.6	30.2
41	25.10	26.5	27.8	28.8	29.10	30.2
42	25.4	26.6	27.1	28.6	29.5	30.6
43	25.7	26.3	27.6	28.5	29.6	30.3
44	25.3	26.9	27.5	28.2	29.3	30.7
45	25.2	26.2	27.1	28.3	29.5	30.4
46	25.6	26.2	27.4	28.4	29.10	30.9
47	25.5	26.4	27.2	28.5	29.9	30.7
48	25.5	26.5	27.6	28.10	29.5	30.4
49	25.3	26.10	27.3	28.4	29.6	30.1
50	25.1	26.8	27.10	28.7	29.9	30.10

6. ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДЛЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАТЬ

Розділ І. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

1. Визначники. Властивості визначників. Правила обчислення визначників.
2. Матриці. Дії над матрицями.
3. Обернена матриця. Ранг матриці.
4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Методи розв'язку СЛАР.
5. Дослідження СЛАР. Теорема Кронекера-Капеллі.

Розділ ІІ. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

1. Скалярні і векторні величини. Дії над векторами у наглядному просторі.
2. Колінеарність та компланарність векторів.
3. Лінійна комбінація векторів. Лінійна залежність та незалежність векторів.
4. Проекція вектора на вісь. Властивості проекції.
5. Базис, координати вектора у заданому базисі. Розклад довільного вектора за базисом.
6. Вектор у просторовій декартовій системі координат. Координата вектора. Довжина та напрям вектора.

7. Дії над векторами, що задані своїми координатами.
8. Скалярний добуток векторів, його властивості та застосування.

Розділ III. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

9. Метод координат, системи координат.
10. Рівняння лінії на площині. Основні задачі аналітичної геометрії.
11. Пряма на площині:
 - загальне рівняння, його дослідження;
 - канонічне, параметричне рівняння;
 - пряма, що проходить через 2 точки;
 - рівняння у відрізках;
 - рівняння з кутовим коефіцієнтом;
 - пучок прямих;
 - кут між прямими на площині, умови паралельності і перпендикулярності прямих;
 - нормальне рівняння;
 - відстань від точки до прямої.

Розділ IV. ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

1. Поняття функції. Способи задання функції.
2. Властивості функції (зростання, спадання, парність, непарність, періодичність).
3. Числа. Абсолютна величина числа.
4. Числова послідовність, границя числової послідовності.
5. Границя функції. Односторонні границі.
6. Нескінченно малі та нескінченно великі величини. Зв'язок між ними. Властивості нескінченно малих величин.
7. Невизначеності та способи їх розкриття. Важливі границі функції. Неперервність функції. Точки розриву та їх класифікація.

8. Неперервність функції в точці та на проміжку. Основні теореми про неперервні функції. Неперервність елементарних функцій.
9. Точки розриву функцій. Класифікація точок розриву.

Розділ V. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ НЕЗАЛЕЖНОЇ ЗМІННОЇ

1. Задачі, що приводять до поняття похідної.
2. Означення похідної функції в точці, її геометричний, фізичний та економічний зміст. Рівняння дотичної та нормалі до плоскої кривої.
3. Диференційованість функції у точці, на проміжку. Зв'язок між диференційованістю та неперервністю функції в точці.
4. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій.
5. Похідна складної функції. Похідна неявної, оберненої функцій. Таблиця похідних. Логарифмічне диференціювання.
6. Похідні вищих порядків.
7. Правило Лопітала. Розкриття невизначеностей.
8. Умови зростання, спадання функції. Поняття екстремуму функції в точці. Необхідна та достатні умови екстремуму. Опуклість, угнутість, точки перегину графіка функції. Необхідна та достатні умови перегину.
9. Асимптоти кривих. Повне дослідження функцій та побудова графіків за допомогою засобів математичного аналізу.
10. Означення диференціала функції. Обчислення диференціала. Геометричний зміст диференціала.
11. Властивості диференціала. Диференціал складної функції. Відшукування функції за її відомим диференціалом.
12. Диференціали вищих порядків.

Розділ VI. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ НЕЗАЛЕЖНИХ ЗМІННИХ

1. Границя та неперервність функцій багатьох незалежних змінних. Повний та частковий приріст функції. Частинні похідні, повний диференціал функцій багатьох незалежних змінних.
2. Похідні та диференціали вищих порядків.
3. Похідна за даним напрямком. Градієнт функції. Безумовний та умовний екстремуми функцій багатьох незалежних змінних.

Розділ VII. ПЕРВІСНА ТА НЕОЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

1. Первісна функція та неозначений інтеграл. Властивості неозначеного інтеграла.
2. Таблиця основних формул інтегрування.
3. Безпосереднє інтегрування, заміна змінної в неозначеному інтегралі, інтегрування частинами.
4. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, інтегрування тригонометричних виразів, тригонометричні підстановки.

Розділ VIII. ОЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

1. Задачі, що приводять до означеного інтеграла. Інтегральна сума. Властивості означеного інтеграла.
2. Теорема існування означеного інтеграла. Узагальнена теорема про середнє. Означений інтеграл із змінною верхньою межею. Зв'язок між означеним та неозначеним інтегралом. Формула Ньютона-Лейбниці.
3. Методи обчислення означених інтегралів.
4. Геометричні додатки означеного інтеграла. Наближені обчислення означеного інтеграла.

5. Невласні інтеграли.

Розділ ІХ. ПОДВІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

1. Задачі, що призводять до подвійного інтеграла.
2. Поняття подвійного інтеграла, його властивості, геометричний зміст.
3. Основні прийоми обчислення подвійних інтегралів.
4. Подвійний інтеграл в полярних координатах.
5. Деякі додатки подвійних інтегралів.
6. Приклади застосування подвійних інтегралів в економіці.

Розділ Х. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

1. Задачі, що призводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення.
2. Диференціальні рівняння першого порядку (з відокремлювальними змінними, однорідні, лінійні, Бернуллі, Лагранжа, Клеро). Задача Коші.
3. Диференціальні рівняння вищих порядків. Структура загального та частинного розв'язку диференціального рівняння. Характеристичне рівняння.
4. Приклади застосування диференціальних рівнянь в економіці.

Розділ ХІ. РЯДИ

1. Числові ряди. Основні поняття та означення. Необхідні та достатні умови збіжності.
2. Знакозмінні ряди. Теорема Лейбниця. Абсолютна та умовна збіжність. Ознаки збіжності рядів.
3. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Область збіжності.
4. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів.

5. Розкладення функцій в степеневі ряди. Ряди Тейлора та Маклорена.
Використання рядів для наближених обчислювань.
6. Приклади застосування рядів в економіці.

Підписано до друку 13.10.04. Формат 68x84 ¹/₁₆. Папір друк. Друк плоский.
Облік.-вид. арк. 3,05. Умов. Друк. Арк. 3,02. Тираж 450 пр. Замовлення № .

Національна металургійна академія України
49600, Дніпропетровськ-5, пр. Гагаріна, 4

Редакційно-видавничий відділ НМетАУ